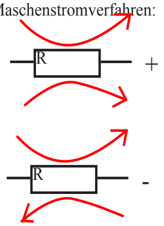
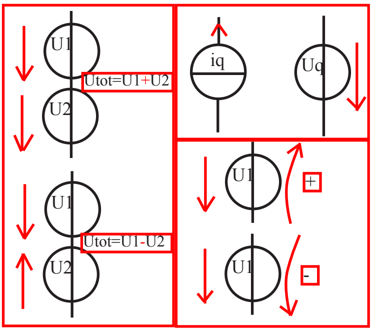
Physik && ET Zusammenfassung

Spule = j*ω*L

Kond= $-\frac{j}{\omega * C}$

Beim Kreis oder Maschenstromverfahren:





Allgemeines:

Spannung oder Potentialdifferenz:

V=E*s (s= kürzeste distanz von A nach B

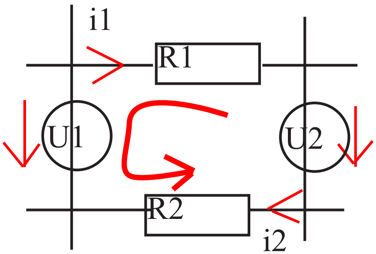
Bei Leistungsrechnung:

nur Eingangsleistung von 1 Gerät

Prozente:

75% = 23 100%=23/75%*100%

Die Masche:



$\boxed{U1-R2*i2-i1*R1-U2=0}$

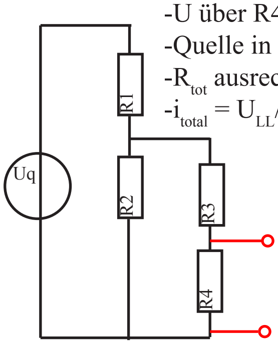
Ersatzquellen:

-U über R4 bestimmen (U_{LL})

-Quelle in Stromquelle wandeln (R1 // R2)

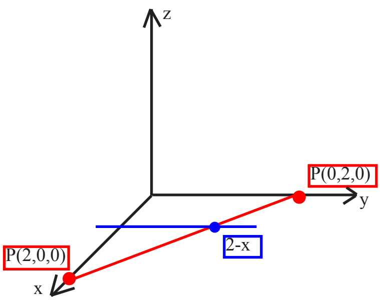
-R_{tot} ausrechnen

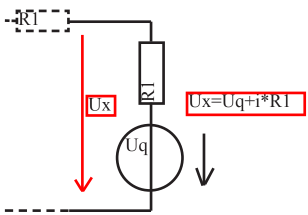
-$i_{total} = U_{LL}/R_{tot}$



Fluss durch $P_1(1,0,0)$ und $P_2(0,1,0)$:

$$\int_0^2 \int_0^{2-x} f(x,y,z*dy*dx$$





Abgeleitete SI-Einheiten

Frequenz
Hertz: Hz = 1/s
Kraft
Newton: N = m kg/s^2
Druck, mechan. Spannung
Pascal: Pa = N/m^2 = kg/m s^2
Energie, Arbeit, Wärmemenge
Joule: J = N m = m^2 kg/s^2
Leistung
Watt: W = J/s = m^2 kg/s^3
elektrische Ladung
Coulomb: C = s A
elektrische Spannung
Volt: V = W/A = m^2 kg/s^3 A
Kapazität
Farad: F = C/V = s^4 A^2/m^2 kg
elektrischer Widerstand
Ohm: Omega = V/A = m^2 kg/s^3 A^2
elektr. Leitwert
Siemens: S = A/V = s^3 A^2/m^2 kg
magnetischer Fluß
Weber: Wb = V s = m^2 kg/s^2 A
Magnetische Induktion
Tesla: T = Wb/m^2 = kg/s^2 A
Induktivität
Henry: H = Wb/A = m^2 kg/s^2 A^2
Lichtstrom
Lumen: lm = cd sr
Beleuchtungsstärke
Lux: lx = lm/m^2 = cd sr/m^2
Radioaktivität
Becquerel: Bq = 1/s
Absorbierte (Strahlen-)Dosis
Gray: Gy = J/kg = m^2/s^2

10^{24}	E 24	yotta	Y
10^{21}	E 21	zetta	Z
10^{18}	E 18	exa	E
10^{15}	E 15	peta	P
10^{12}	E 12	tera	T
10^{9}	E 9	giga	G
10^{6}	E 6	mega	M
10^{3}	E 3	kilo	k
10^{2}	E 2	hecto	h
10^{1}	E 1	deca	da
10^{-1}	E -1	deci	d
10^{-2}	E -2	centi	c
10^{-3}	E -3	milli	m
10^{-6}	E -6	micro	µ
10^{-9}	E -9	nano	n
10^{-12}	E-12	pico	p
10^{-15}	E-15	femto	f
10^{-18}	E-18	atto	a
10^{-21}	E-21	zepto	z
10^{-24}	E-24	yocto	y

<u>Länge</u>
Meter: m
<u>Masse</u>
Kilogramm: kg
<u>Zeit</u>
Sekunde: s
<u>elektrische Stromstärke</u>
Ampère: A
<u>thermodynamische Temperatur</u>
Kelvin: K
<u>Substanzmenge</u>
Mol: mol
<u>Lichtstärke</u>
Candela: cd

Dynamische Viskosität

Pascal Sekunde: Pa s = kg/m s

Drehmoment

Newton Meter: N m = m^2 kg/s^2

Oberflächenspannung

Newton pro Meter: N/m = kg/s^2

Wärmeflußdichte

Watt pro Quadratmeter: W/m^2 = kg/s^3

Wärmekapazität, Entropie

Joule pro Kelvin: J/K = m^2 kg/s^2 K

Spezifische Wärmekapazität, spezifische Entropie

Joule pro Kilogramm Kelvin: J/kg K = m^2/s^2 K

Spezifische Energie

Joule pro Kilogramm: J/kg = m^2/s^2

Thermische Leitfähigkeit

Watt pro Meter Kelvin: W/m K = m kg/s^3 K

Energiedichte

Joule pro Kubikmeter: J/m^3 = kg/m s^2

Elektrische Feldstärke

Volt pro Meter: V/m = m kg/s^3 A

Elektrische Ladungsdichte

Coulomb pro Kubikmeter: C/m^3 = s A/m^3

Elektrische Flußdichte

Coulomb pro Quadratmeter: C/m^2 = s A/m^2

Influenz

Farad pro Meter: F/m = s^4 A^2/m^3 kg

Permeabilität

Henry pro Meter: H/m = m kg/s^2 A^2

Molare Energie

Joule pro Mol: J/mol = m^2 kg/s^2 mol

Molare Entropie, molare Wärmekapazität

Joule pro Mol Kelvin: J/mol K = m^2 kg/s^2 K mol

Exposition

Coulomb pro Kilogramm: C/kg = s A/kg

Absorbierte Dosisrate

Gray pro Sekunde: Gy/s = m^2/s^3

***radial* :**

$$a = \frac{v^2}{r}$$

***mittlere Geschwindigkeit* :**

$$\frac{s_{total}}{t_{total}} = \frac{t_1 * v_1 + t_2 * v_2 + \ldots}{t_1 + t_2 + \ldots}$$

$$P = U * I$$

$$P = I^2 * R$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$U = R * I$$

$$Q = I * t$$

$Q = n * e$ n=Anzahl Elektronen e=1,602*10^{-19}

$$G = \frac{1}{R}$$

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

$$R = \frac{\rho * l[m]}{A[mm^2]} = \frac{\text{spez.Widerstand*Länge in Meter}}{\mathit{Querschnitt}\ \text{in m}^2}$$

$$A = \frac{d^2 * \pi}{4} = \pi * r^2$$

Achtung:

Kupferdraht 2 x 0,8 mm hat 36 W

$l = \frac{R * A}{2 * \delta}$ Widerstand wird kleiner-

da Leitungen parallel.

Serielle Schaltung:

U teilt sich auf $U_{ges} = U_1 + U_2 ....$

R teilt sich auf $R_{ges} = R_1 + R_2 ....$

I beleibt gleich

Parallele Schaltung:

I teilt sich auf $I_{ges} = I_1 + I_2 ....$

U bleibt gleich

R ist im Kehrwert zu berechnen

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} ....$$

bei zwei unterschiedlichen Widerständen $R = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$

bei n gleichen Widerständen $R = \frac{R}{n}$

R=Widerstand Ohm [E]
U=Spannung Volt [V]
I=Strom Ampere [A]
P=Leistung Watt [W]
Q=Ladung [Ampere/h] oder [Ampere/s]
t=Zeit sekunden [s]
ρ(roh)=spez. Widerstand [$\Omega mm^2/m$]
γ(gamma)=elektrische Leitfähigkeit[$m/\Omega mm^2$]
G=Leitwert S=Simens oder J [A/mm^2]

Bei der Spule:

d_a = äusserer Spulendurchmesser

d_i = innerer Spulendurchmesser

N=Windungszahl

l=Länge

$$d_m(\text{mittlerer Spulendurchmesser}) = \frac{d_a + d_i}{2} \text{ in mm}$$

$l=N*d_m*\pi$ mm in Meter umrechnen

$$R = \frac{\rho * l}{A}$$

Material	spez. Widerstand ρ in [$\Omega mm^2/m$]
Kupfer	$0{,}0175 * 10^{-6}$
Aluminium	$0{,}029 * 10^{-6}$
Konstantan	$0{,}5 * 10^{-6}$
Chromnickel	$1{,}1 * 10^{-6}$
Silber	$1{,}6 * 10^{-6}$
Kohle	$40\text{-}100 * 10^{-6}$

$$R_{ges} = \frac{U_{ges}}{I_{ges}} = \frac{U_{ges}}{I_1 + I_2 \ldots\ldots} = \frac{U_{ges}}{\frac{U_{ges}}{R_1} + \frac{U_{ges}}{R_2} \ldots\ldots}$$

$$\text{Stromdichte[J] pro mm}^2 = \frac{Ampere}{\text{mm}^2}$$

$$\text{Simens [S]} = \frac{1}{\text{Widerstand}} = \frac{1}{R}$$

$$R_{20} = \frac{DR}{\alpha * Dv}$$

$$R_{20} = \frac{R_w}{(1 + \alpha * Dv)}$$

$$DR = R_w - DR$$

Wirkungsgrat Etta η:

$$\eta = \frac{\text{Leistung die weggeht}}{\text{Leistung die hineinkommt}}$$

$$\eta_{ges.} = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 ....$$

DR = Widerstandänderung

R_{20} = Kaltwiderstand

R_w = Warmwiderstand

α=Temperaturkoeffizient

Dv=Temperaturänderung = Endtemperatur - Anfangstemperatur

$\mathrm{v}_e - v_a$ Achtung Vorzeichen

Aluminium	0,004
Blei	0,0038
Kupfer	0,004
Konstantan	0
Kohle	-0,0003
Wolfram	0,0051

PTC = positiv Temperatur Koiffizient : Kaltleiter:Leitet bei tiefen Temperaturen besser

NTC = negativ Temperatur Koiffizient : Heissleiter:Leitet bei hohen Temperaturen

Energieverbrauch, Arbeit [W] in kWh oder Wh

Achtung:immer in h rechnen!!

$$\text{durschn. Kosten pro Kilowatt} = \frac{\text{Gesamtsumme für alle Kilowatts}}{\text{gesamte Kilowatt}}$$

Bei Leistung Motor immer Leistungs Ausgabe gegeben (wenn nicht anders vermerkt):

$$\mathrm{W=P*t} = \frac{\mathrm{R*t*100}}{82} \quad \text{bei 82\% Wirkungsgrad}$$

	Mechanisch	Elektrisch	Wärme
Arbeit	W=F*s	W=P*t W=U*I*t W=U*Q	W=m*c*Δφ
Leistung	$P = \frac{W}{t} = \frac{F*s}{t} = F*v$ $P = \frac{m*g*h}{t}$	$P = U*I$ $P = \frac{U^2}{R}$ $P = I^2*R$ $P = \frac{W}{t}$	$P = \frac{W}{t}$
Zusätze	F=m*a F_g=m*g	K=k*w K=Kosten k=Preis p. kWh c=Umdrehungen p. kWh	
	1 Nm (Newton meter)	1Ws (Wattsekunde)	1 Joul

U	$I*R$	$\frac{P}{I}$	$\sqrt{P*R}$	$\frac{W}{I*t}$
I	$\frac{U}{R}$	$\sqrt{\frac{P}{R}}$	$\frac{W}{U*t}$	
R	$\frac{U}{I}$	$\frac{U^2}{P}$	$\frac{P}{I^2}$	

1Nm = 1Ws = 1 Joul W=Q Nutzwärme in W
1kWh = 3 600 000 Ws
1kWh = 3600 kWs
Leistung P in Watt
Arbeit W in kWh oder Ws (Energie)

Serielle Schaltung:

U teilt sich auf $U_{ges} = U_1 + U_2 ....$

R teilt sich auf $R_{ges} = R_1 + R_2 ....$

I beleibt gleich

Parallele Schaltung:

I teilt sich auf $I_{ges} = I_1 + I_2 ....$

U bleibt gleich

R ist im Kehrwert zu berechnen

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} ....$$

bei zwei unterschiedlichen Widerständen $R = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$

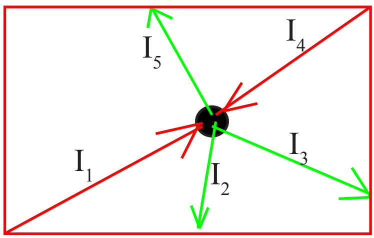
bei n gleichen Widerständen $R = \frac{R}{n}$

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 ......$$

$$I = \frac{U_{ges}}{R_{ges}} = I_1 + I_2 + I_3$$

$$U_{ges} = U_1 + U_2 + U_3 ......$$

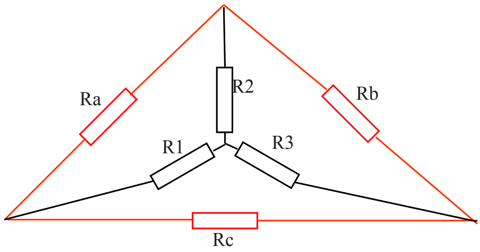
$$U = U_1 + U_2 + U_3 ...... - U_{ges} = 0$$



In einem Knoten ist die Suamme aller Ströme jederzeit gleich Null.

$$I = I_1 + I_4 - I_2 - I_3 - I_5 = 0$$

Stern-Dreiecksschaltung:



Dreieck – Stern :

$$\frac{\text{Produkt der Nachbarwiderstände}}{\text{Gesamtwiderstand}}$$

$$R1 = \frac{Ra * Rc}{Ra + Rb + Rc}$$

$$R2 = \frac{Ra * Rb}{Ra + Rb + Rc}$$

$$R3 = \frac{Rb * Rc}{Ra + Rb + Rc}$$

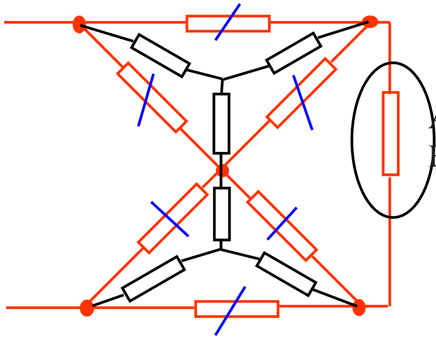
Stern – Dreieck :

$$\frac{\text{Produkt der Nachbarwid.}}{\text{dritter Widerstand}} + \text{beide Nachbarwid.}$$

$$Ra = \frac{R1 * R2}{R3} + R1 + R2$$

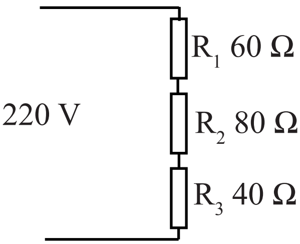
$$Rb = \frac{R2 * R3}{R1} + R2 + R3$$

$$Rc = \frac{R1 * R3}{R2} + R1 + R3$$



Achtung:
Bleibt bestehen!!

Spannung von Widerständen in Serie:



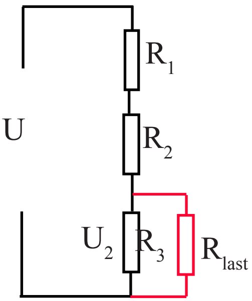
Man rechnet mit dem Spannungsverhältnis:

$$R1 = \frac{220}{180} * 60 \qquad \frac{\text{Gesammtspannnung}}{\text{Gesammtwiderstand}} * \text{Widerstand}$$

$$R2 = \frac{220}{180} * 80$$

$$R3 = \frac{220}{180} * 40$$

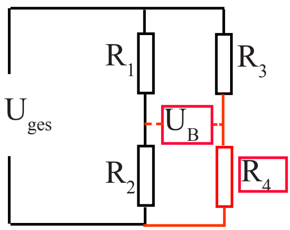
Spannungsteiler:



allgemein:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_{parallel}}$$

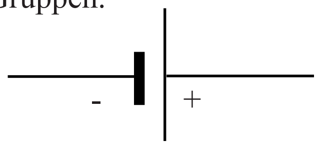
Widerstandsbrücke:



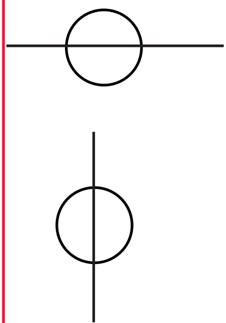
Bei der abgeglichenen Brücke ist das Widerstands-verhältnis in beiden Spannungsteilern gleich.
Spannung U_B ist dann 0, es fliesst auch kein Brückenstrom.

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

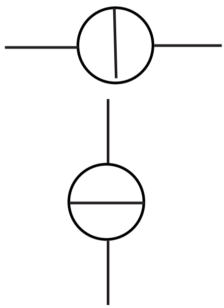
Serieschaltungen:
Die Spannungen und die inneren Widerstände summieren sich, der Strom darf nicht grösser sein als derjenige des schwächsten Elements.
Parallelschaltung:
Die Ströme summieren sich, der innere Widerstand wird kleiner. Es dürfen nur Elemente mit der gleichen Spannung parallel geschaltet werden.
Gemischte Schaltungen:
Spannungen und Ströme summieren sich, der innere Gesamtwiderstand verändert sich je nach Schaltung der Gruppen.



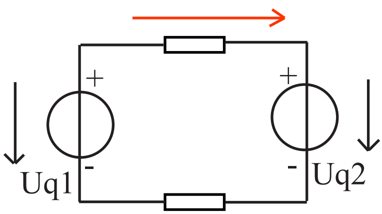
Spannungsquellen



Stromquellen



Strom und Spannungsrichtung von + nach -



$U_{ges} = Uq1 - Uq2$ (Spannungsrichtung)

$U_{ges} = Uq1 - Uq2 = R_1 * i_1 + R_2 * i_2$

Magnetismus:

Θ = Theta = Durchflutung ,magnetische Kraft, abhängig von Strom und Windungszahl

$\Theta = N * I$ N=Windungszahl I=Strom in Ampere $\approx$ Spannung [a]

H = Feldstärke = Magnetische Spannung pro Meter

$$H = \frac{\Theta}{l} \qquad \left[\frac{A}{m}\right]$$

Φ = Phi = magnetischer Fluss, Feldstärke
die gesammtzahl aller Feldlinien einer stromdurchfluteten Spule oder eines Dauermagneten. $\approx$ Storm, F
in Vs(VoltSekunden) = 1 Wb (Weber)

$$\Phi = A * B$$

B = Induktion(Flussdichte) Feldliniendichte, Induktion, Flussdichte oder Induktion ist auf die Fläche bezogene Feldrichtlinien

bei homogenen Feldern gilt: $\approx \frac{A}{mm^2}$

$$B = \frac{\Phi}{A} \qquad \left[\frac{Vs}{m^2}\right] \text{ oder } [T(Tesla)]$$

$B=\mu_0 * H$ bei Luft

Bei Luft $\mu_0 = 1,257 * 10^{-6}$

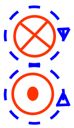
sonst $B=\mu * H$

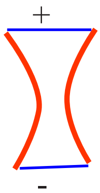
$\mu=\mu_{relativ} * \mu_0$

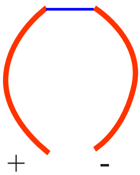
Permeabilität (Materialkonstante) μ in $\left[\frac{Vs}{Am}\right]$

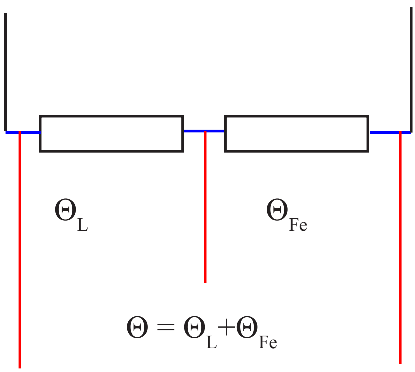
homogen = gerichtete Feldlinien
inhomogen = nicht gerichtete Feldlinien
Aufhebung= gegenseitig ausgelöschte Feldlinine
Süd zu Nordpol = + zu - (Finger Drahtrichtung Daumen zu -)

Strom fliesst von mir weg von + zu - (- gegen mich)
Strom fliesst auf mich zu von + zu - (- gegen mich)









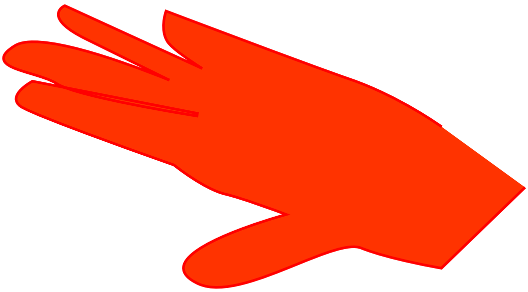
$$R_{magnet} = \frac{l}{\mu * A}$$

$$F = \frac{Q}{R_{magnet}}$$

$$Q = H * l$$

Strom und Kraft im Magnetfeld:

Ausgestreckte linke Hand Daumen 90° abgespreizt:
Fingerrichtung: Stromrichtung
Daumenrichtung : ablenkung
90° auf Handfläche zu : Feldlinien



$F[N] = l * B * I$

$l[m]$ $B[Tesla]$ I[A]

Kraft zwischen zwei parallelen stromdurchflossenen Leitern:

$$F[N] = \frac{\mu_0 * I_1 * I_2 * l}{2 * \pi * r}$$

Für eine Spule:

$F[N] = l * B * I * z \qquad z = 2 * N$

$N = Windungszahl$

$F[N] = l * B * I * 2 * N$

$$P = \frac{F * s}{t}$$

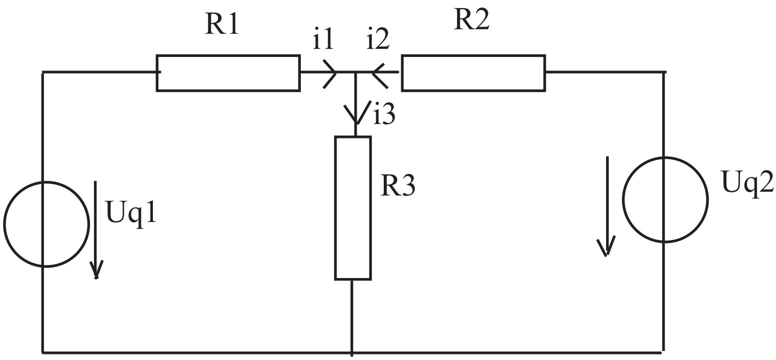
beim Motor $s = \frac{Umdrehungen / \min * 2 * \pi}{60}$

Leerlaufspannung=Spannung Quelle + Spannung über R

$$\mathrm{R_i} = \frac{\mathrm{D}U}{\mathrm{D}i}$$

Bei maximaler Leistung $\mathrm{R_i} = R_{Last}$

Superposition oder Überlagerungssatz:



In einem Netzwerk mit mehreren Quellen können die von einer Quelle erzeugeten Ströme einzeln berechnet un zu den Strömen der anderen Quellen summiert werden.

1: $R_1 * i_1 + R_3 * i_3 = Uq1$

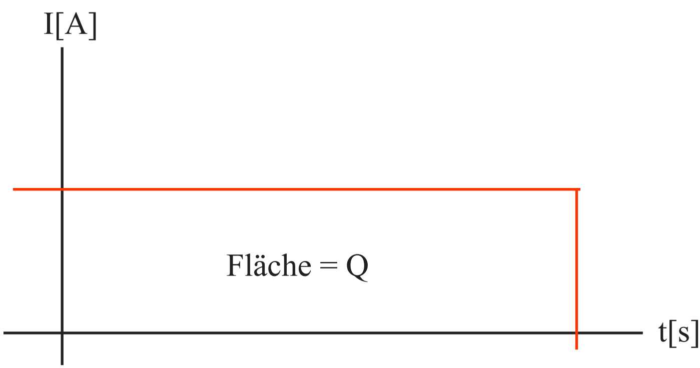
2: $R_2 * i_2 + R_3 * i_3 = Uq2$

3: $i_1 + i_2 - i_3 = 0$

3 in 1 und 2: $i_3 = i_1 + i_2$

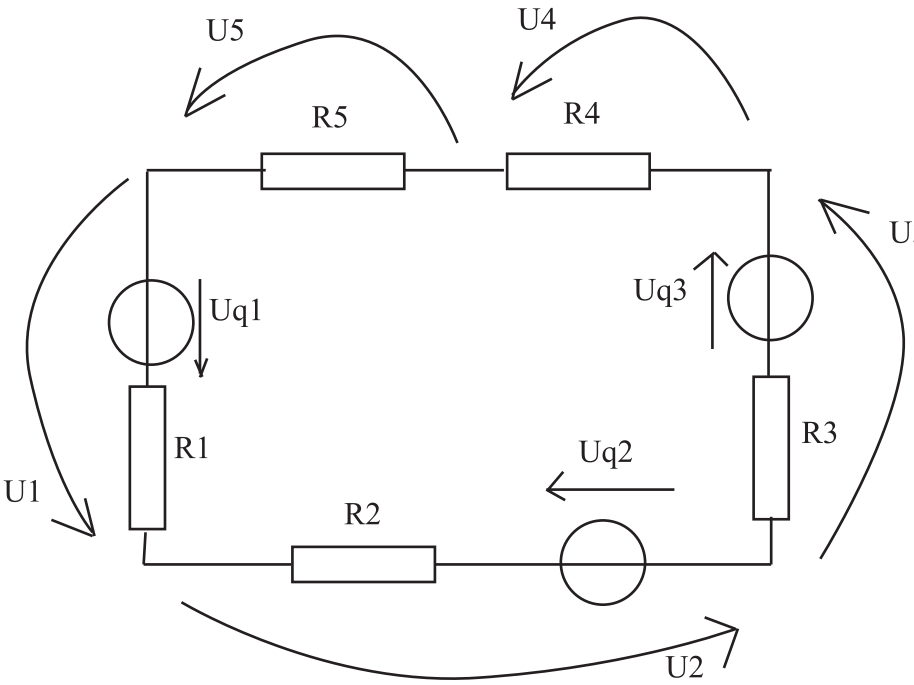
$R_1 * i_1 + R_3 * i_1 + R_3 * i_2 = Uq1$

$R_2 * i_2 + R_3 * i_1 + R_3 * i_2 = Uq2$



Machenregel:

In jeder Masche ist die Sume sämtlicher Spannungen gleich Null.



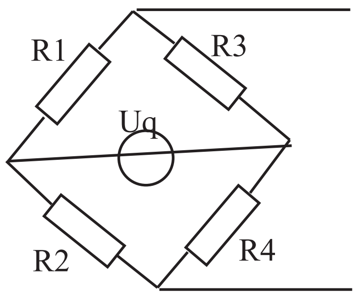
$$U_1 + U_2 + U_3 + U_3 + U_4 + U_5 = 0$$
$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = I$$
$$(R_1 * i + U_{q1}) + (R_2 * i - U_{q2}) + (R_3 * i + U_{q3}) + R_4 * i + R_5 * i = 0$$

Generator Ersatzschaltung:

$U_q = R_i * I_q$

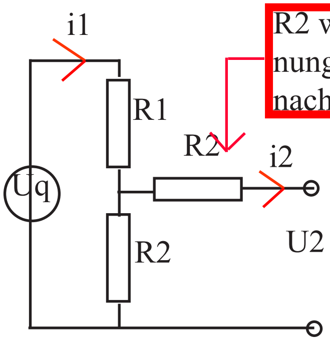
Superposition:

Stromquelle offen, Spannung kurzschliessen



$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_1 + R_3}$$

$$R_i = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_4}$$

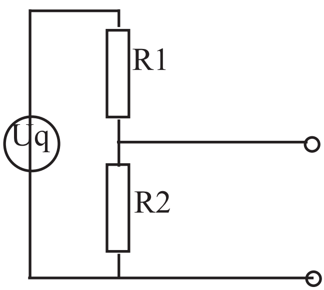


R2 wird bei der Spannungsmesung vernachlässigt!!!!!!!

$$\frac{U_2}{Uq} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

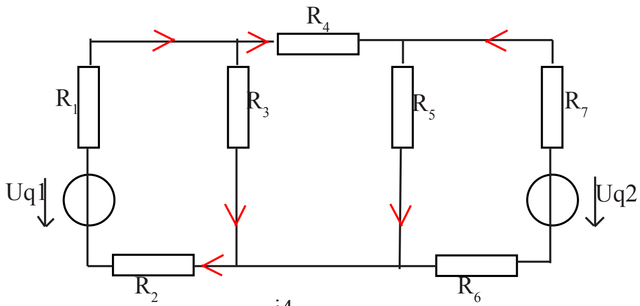
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{Uq - U_2}{U_2}$$

$$i_2 = \frac{i_1}{2}$$

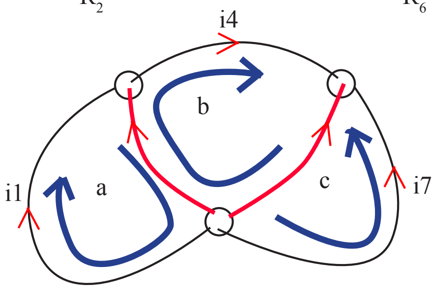


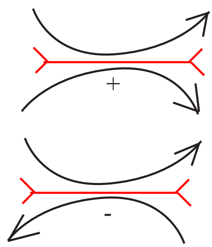
R_i = parallel

$$R_i = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$$



Bei Spannung umgekehrt





Vorgehensweise:
1.Baum bestimmen
2.Sehnenrichtung gibt Stromrichtung vor.

-Knotengleichungen, Maschengleichungen, char. Gleichungen ui Zusammenhang

<u>Zweig:</u> Verbindungslinie von zwei Knoten
<u>Knoten:</u> Verbindungspunkt von mind. 2 Zweigen
<u>Kreis:</u> Eine ununterbrochen geschlossene Kette von Zweigen
<u>Baum:</u> Teil eines Graphen, der alle Knoten, aber keine Kreise enthält
<u>Ast:</u> Zweig eines Baums
<u>Sehne:</u> Zweig, der nicht zum Baum gehört
<u>Basiskreis:</u> Kreis, der nur eine Sehne enthält

n=5 Zweige = 5 Unbekannte
k=3Knoten
k-1=2 Äste = 2 Knotengleichungen
n-k+1=3 Basiskreise = 3 Sehnen

$[R][\text{Sehnenströme}]=U_q$

$n=5$

$k=3$

$n-k+1=3$ **Basiskreise**

Gesucht : i_1, i_4, i_7

$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccc} \quad a \quad & \quad b \quad & \quad c \quad \end{array} \\
\begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array} &
\begin{bmatrix}
R_1+R_2+R_3 & -R_3 & 0 \\
-R_3 & R_3+R_4+R_5 & R_5 \\
0 & R_5 & R_5+R_6+R_7
\end{bmatrix}
\end{array}
*\begin{bmatrix} i_1 \\ i_4 \\ i_7 \end{bmatrix}
=
\begin{matrix} Uq_1 \\ 0 \\ Uq_2 \end{matrix}
$$

Kreis und Maschenstromverfahren

$i_2 = i_1 - i_6$

$i_3 = i_1 - i_5$

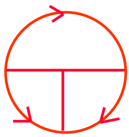
$i_4 = i_5 - i_6$

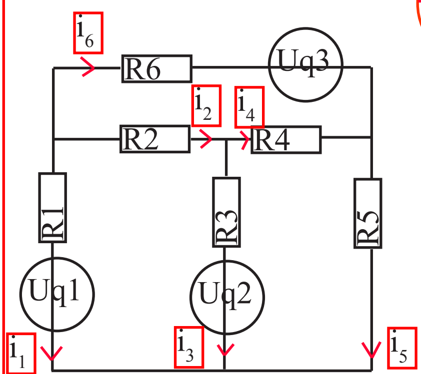
$a) R_1 * i_1 + R_2 * (i_1 - i_6) + R_3 * (i_1 - i_5) = U_{q1} - U_{q2}$

$b) - R_3 * (i_1 - i_5) + R_4 * (i_5 - i_6) + R_5 * i_5 = U_{q2}$

$c) - R_2 * (i_1 - i_6) + R_6 * i_6 - R_4 * (i_5 - i_6) = U_{q3}$

$$
\begin{bmatrix}
R_1+R_2+R_3 & -R_3 & -R_2 \\
-R_3 & +R_2+R_4+R_5 & -R_4 \\
-R_2 & -R_4 & +R_2+R_4+R_6
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} i_1 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} U_{q1}-U_{q2} \\ U_{q2} \\ U_{q3} \end{bmatrix}
$$





$n = 5$

$k = 3$ **3*3Matrix**

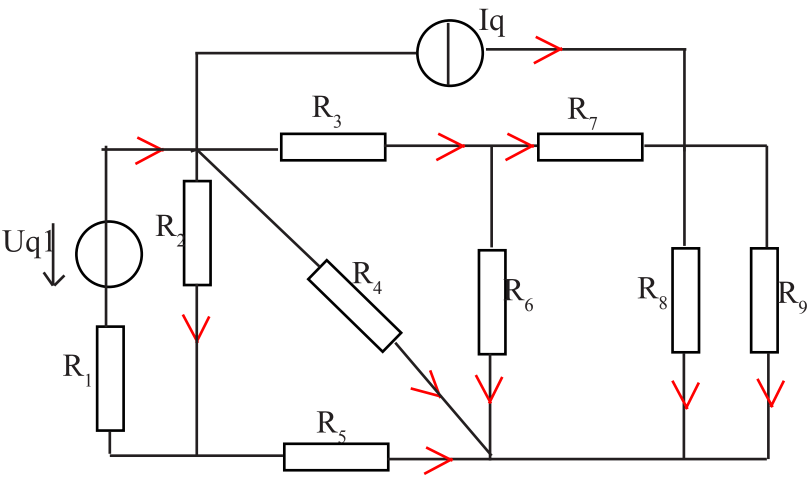
$n - k + 1 = 3$

$[R \text{ oder } 1 \text{ oder } 0]\ [i_k] = [U_Q]$

i_k = **unbekannte Zweigströme**

U_Q = **Quellen Vektoren**

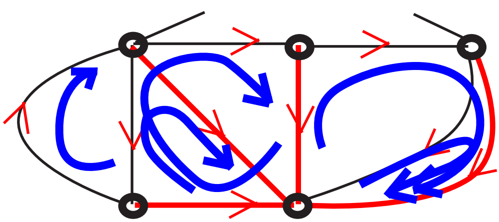
R oder 1 oder 0 = Zweigstrommatrix



n=9 Zweige
k=5 Knoten
k-1=4 Äste
n-k+1=5 Basiskreise

9 Unbekannte
5 Basiskreisgleichungen
4 Knotengleichungen

Behandlung von Stomquellen:
-Reale Stromquellen in Spannungsquellen umwandeln
-Bei idealen Stromquellen wird Ri unendlich gross.



5 Basisgleichungen

5 $R_1 * i_1 + R_2 * i_2 = U_{q1}$

6 $-R_2 * i_2 + R_4 * i_4 - R_5 * i_5 = 0$

7 $R_3 * i_3 + R_6 * i_6 - R_4 * i_4 = 0$

8 $-R_6 * i_6 + R_7 * i_7 + R_8 * i_8 = 0$

$-R_2 * i_2 + R_3 i_3 - R_5 * i_5 + R_6 * i_6 = 0$

$-R_6 * i_6 + R_7 * i_7 + R_9 * i_9 = 0$

9 $R_8 * i_8 - R_9 * i_9 = 0$

4 Knotengleichungen

1 $i_1 - i_2 - i_3 - i_4 - i_q = 0$

2 $i_3 - i_6 - i_7 = 0$

3 $i_7 - i_8 - i_9 + i_q = 0$

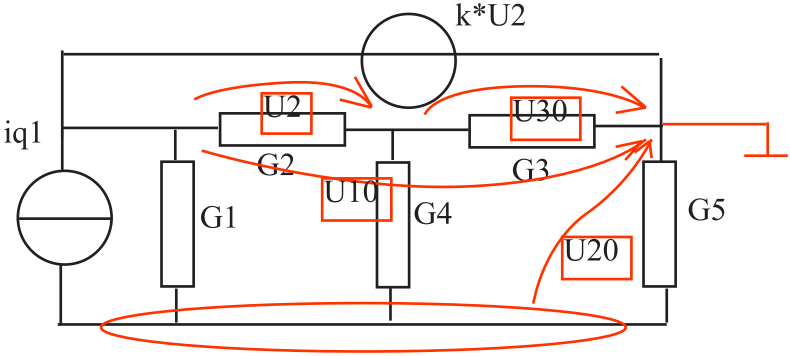
$-i_1 + i_2 - i_5 = 0$

4 $i_4 + i_6 + i_8 + i_9 + i_5 = 0$

Matrize:

$$\begin{array}{cccc} & & \begin{array}{ccccccccc} i_1 & i_2 & i_3 & i_4 & i_5 & i_6 & i_7 & i_8 & i_9 \end{array} & \\ \begin{bmatrix} i_q \\ 0 \\ -i_q \\ 0 \\ U_q \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 & R_4 & -R_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & -R_4 & 0 & R_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_6 & R_7 & R_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_8 & R_9 \end{bmatrix} & * \begin{bmatrix} i_1 \; 1 \\ i_2 \; 2 \\ i_3 \; 3 \\ i_4 \; 4 \\ i_5 \; 5 \\ i_6 \; 6 \\ i_7 \; 7 \\ i_8 \; 8 \\ i_9 \; 9 \end{bmatrix} \end{array}$$

Knotenspannungsverfahren:



$$\begin{bmatrix} G_1+G_2(+G_i) & -G_1 & -G_2 \\ -G_1 & G_1+G_4+G_5 & -G_4 \\ -G_2 & -G_4 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{matrix} iq_1(+iq_2) \\ -iq_1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$k*U_2 = U_{10} \text{ gesteuerte Quelle}$$

$$U_2 = U_{10} - U_{30}$$

$$\begin{bmatrix} -G_1 & G_1+G_4+G_5 & -G_4 \\ -G_2 & -G_4 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{bmatrix} = \begin{matrix} -iq_1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_4+G_5 & -G_4 \\ -G_4 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{matrix} -iq_1 + G_1 * U_{10} \\ 0 + G_2 * U_{10} \end{matrix}$$

$$k*U_2 = U_{10} = k*(U_{10} - U_{30})$$

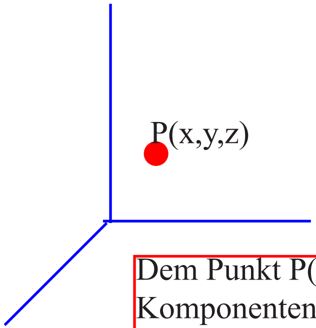
$$U_{10} - k*U_{10} = -k*U_{30} = U_{10}*(1-k)$$

$$U_{10} = \frac{-k}{(1-k)} * U_{30} = \frac{k}{k-1} U_{30}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_4+G_5 & -G_4 - \left(\frac{k}{k-1} * G_1\right) \\ -G_4 & G_3+G_4+G_2 * \left(1 - \frac{k}{k-1}\right) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{matrix} -iq_1 \\ 0 \end{matrix}$$

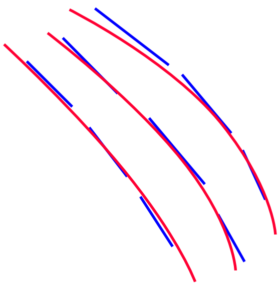
Strömungsfelder: $\vec{V}$ Geschwindigkeitsvektor -> Strom

Kraftfelder: $\vec{F}$ ->Spannung



$V_1(x,y,z)$	Vx
$V_2(x,y,z)$	Vy
$V_3(x,y,z)$	Vz

Dem Punkt P(x,y,z) wird ein Vektor V(p) zugewiesen, dessen Komponenten den Skalar v1(x,y,z), v2(x,y,z) und v3(x,y,z) entsprechen. v(P) liefert für jeden Punkt im Raum (in D(v)) einen Vektor.
Eine im Definitionsbereich von D(v) liegende Kurve heisst Feldlinie, wenn sie in jedem Punkt zu v(P) tangential ist.



Der Fluss F :

Im Definitionsbereich eines Vektorfeldes $\vec{v}$ liegt eine Fläche A,

auf A ist die Normalenrichtung $\vec{n}$ angezeichnet.

$$\left|\vec{n}\right| = 1$$

$$F = \vec{v}\ \vec{n} * dA$$

Für die gesammte Fläche A ergibt sich der Fluss durch A:

$$F = \vec{v}\ \vec{n} * dA = \vec{v}\ dA$$

$$\overrightarrow{dA} = \vec{n} * \overrightarrow{dA}$$

$$e = Elementarladung = \frac{1}{6{,}23 * 10^{18}} = 1{,}6022 * 10^{-19}\, C$$

$$1C = 6{,}23 * 10^{18}\, e$$

$\vec{E}$ = Elektrische Feldstärke, Kraft $\vec{F}$ pro Ladung q

F ist proportional zu $\vec{E}$

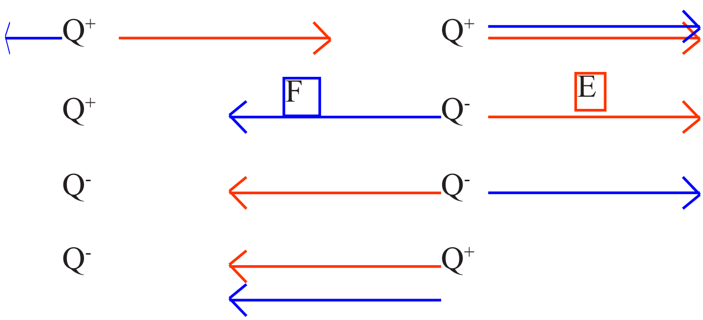
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Menge aller E = elektrisches Feld, kann als Ursache des el. Stromes in einem Leiter angesehen werden.
Die elektrische Feldstärke zeigt von der Ladung weg, falls sie positiv ist. Ist sie negativ zeigt sie zur Ladung hin.

$$\mathrm{F}\ \mu\ \frac{1}{\mathrm{r}^2} \qquad \mathrm{F}\ \mu\ \frac{\mathrm{Q}*\mathrm{q}}{\mathrm{r}^2}$$

$$F_c = \frac{1}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \frac{Q * q}{r^2} \qquad \varepsilon_0 = 8{,}85 * 10^{-12} \frac{C^2}{N * m^2}$$

$$E = \frac{1}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \frac{Q}{r^2}$$



Influenz = Ladungstrennung bzw. Ladungsverschiebung

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ Elektronen, die pro Zeit durchfliessen

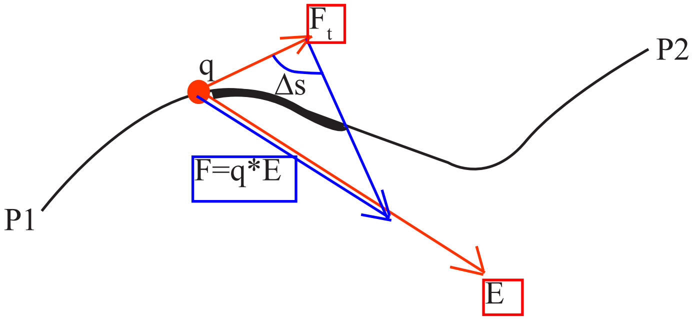
$I = e * n * \bar{v} * A$

$n = \frac{\text{Anzahl Elektronen}}{\text{Volumen}}$

Elektornengeschwindigkeit $\bar{v} = \frac{I}{e * A * n}$

Dichte $\varphi = \frac{m}{V} = n * \mu$ μ=Masse eines Atoms

$\bar{v} = \frac{I * mol}{e * A * \varphi * L}$ L=$6*10^{23}$ A=Fläche e=$1.6*10^{-19}$



Im elektrostatischen Feld hängt die zur Verschiebung einer Ladung notwendige Arbeit nicht von der Gestalt des Weges, sondern nur von seinem Anfangs- und Endpunktes ab. W hängt nur vom Anfangs -und Enpunkt ab und kann somit geschrieben werden als Differenz zweier Potentieller Energien.

Beim Kondensator U=E*d d= Abstand zwischen den Platten

Technische Stromrichtung von + nach -
el. Stromrichtung (e) von - nach +
neutral: + und - gleich
positiv: Elektrronen entfernt
negativ: Elektronen zugeführt

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \int_{r1}^{r2} F(r)dr \qquad = Q_2 * \int \vec{E}(r) \circ \overrightarrow{dr}$$

$$\vec{E} = k * \frac{Q_1}{r^2} * \vec{e}_{r2,1}$$

$$\vec{F} = k * \frac{Q_1 * Q_2}{r^2} * \vec{e}_{r2,1} \qquad \text{mit} Q_2 = 1$$

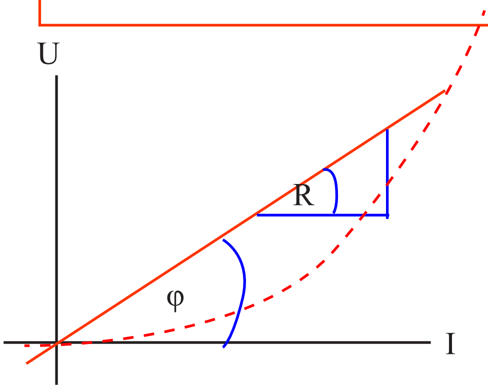
el. Spannung U ist die Änderung der potentiellen Energie (ΔW), falls die Ladung $Q_2 = 1$ ist.

$$U = \frac{\Delta W}{Q_2} = \frac{\sum \vec{F} * \Delta s}{q} = \frac{\sum q * \vec{E} * \Delta s}{q} = \int_{r1}^{r2} E(r)dr$$

$$\left(U = \int \vec{E} \circ \overrightarrow{ds}\right) \qquad \left(U = \int E * ds * \cos(\varphi)\right)$$

$$E_{potentiell} = q * E * d$$

$$1A = 1\frac{c}{s} = \frac{6{,}24 * 10^{18}\, Elektronen}{Sekunde}$$



$R = \tan(\varphi)$

$R(\vartheta) = R_{20i}(1 + \Delta\vartheta * \alpha)$ lineare Approximation

$R(\vartheta) = R_{20i}(1 + \Delta\vartheta * \alpha + \beta_{20} * \Delta\vartheta^2)$ quadratische Approximation bei grossen Temperaturbereichen

Allgemeines:

$$s = \frac{a * t^2}{2}$$

$$P = F * V$$

$$W = F * s$$

$$Energie = Leistung\ pro\ Zeit$$

$$Feldstärke = E - Feld$$

Radialbeschleunigung:

$$F_{Elektron} = m_{elektron} * a_{radius} \qquad \mathrm{a} = \frac{\mathrm{v}^2}{r}$$

$$V = \sqrt{\frac{F_e * r}{m_e}}$$

Dichte $\delta = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Konstanten:

$\mathrm{m_e} = 9 * 10^{-31}$

Gravitationskonstante $\mathrm{G} = 6,673 * 10^{-11}$

$$\varepsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} \frac{c^2}{N * m^2}$$

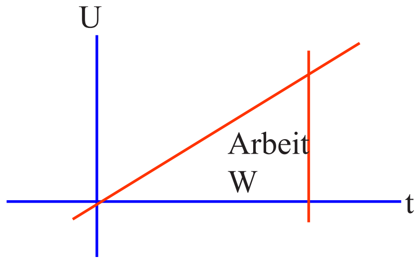
$1C = 6,23 * 10^{18}\, e$ Elektronenladungen

$1eV = Elementarladung = 1.6022 * 10^{-19}\, Joul$ beides Arbeit

Für Ladung

$U = \int E * d$

$= \text{Feld} * \text{Abstand}$



$\mathrm{E}_{\mathrm{pot}} = m * g * h = W = Joul = Energie$

$E_{kin} = \frac{m * v^2}{2} = W = Joul = Energie$

$P(Watt) = \frac{W}{t} = \frac{Energie}{Zeit} = \frac{F * s}{t} = F * v$

$E = \frac{F}{Q}$ $\quad \mathrm{E} \approx \mathrm{g} \quad \mathrm{F} \approx \mathrm{Fg} \quad \mathrm{q} \approx \mathrm{m} \quad \mathrm{g} = \frac{Fg}{m}$

$U = \frac{W}{Q}$

E zeigt von der Ladung weg, falls positiv

E zeigt von zur Ladung hin, falls negativ

Achtung: Q ist Vorzeichenbehaftet

Ladungsverschiebung = E-Feld = Influenz = Ladungstrennung

$$Feldstärkte = E\left[\frac{V}{m}\right]$$

$$E = \frac{Q}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r^2}$$

$$F = \frac{Q * q}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r^2} = \frac{Q^2}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r^2}$$

$$E = \frac{F}{Q}$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{Joule}{Columb} = 1\frac{J}{C} = 1\text{Volt}$$

$$= \frac{\sum F * \Delta s}{Q} = \frac{\sum E * Q * \Delta s}{Q} = \sum E * \Delta s = \int_1^2 E * ds$$

Arbeit = Kraft * Weg

$$W(E_{pot}) = F * d = Q * E * d$$

E ist ein konservatives Kraftfeld (Arbeit unabhängig vom Weg, nur Anfangs und Endpunkt)

$$E = \int_1^2 F * dr = -\left(E_{pot}(2) - E_{pot}(1)\right) = -\left(V(2) - V(1)\right)$$

$$\frac{W}{Q} = U = -\left(\frac{E_{pot}(2)}{Q} - \frac{E_{pot}(1)}{Q}\right) = -\left(V(2) - V(1)\right)$$

Der Kondensator (A ? d):

$E = \frac{Q}{e_0 * A}$ bei 1.Platte $E = \frac{Q}{e_0 * A * 2}$

$F = \frac{Q^2}{e_0 * A}$ bei 1.Platte $F = \frac{Q^2}{e_0 * A * 2}$

F im Kondesator $= \frac{Q * E}{2} = Q * E^{+}$ (positive Platte) $= Q * E^{-}$ (negative Platte)

$m * g = q * E$

$E = \frac{U}{d}$

$U = E * d = \frac{Q * d}{e_0 * A}$

$\frac{Q}{U} = \frac{e_0 * A}{d}$ ist Geometrie

$Q = C * U$

$C = \frac{e_0 * A}{d}$ Q ist µ zu Spannnung und Kapazität C

Mit Dielektrikum:

$U = E' * d = \frac{E * d}{e_r} = \frac{Q * d}{e_r * e_0 * A}$

$C = \frac{Q}{U} = e_r * e_0 * \frac{A}{d}$

C mit Dielektrikum $= \frac{Q}{U} = e_r *$ C ohne

C ohne Dielektrikum $= \frac{e_0 * A}{d}$

el. Energie von Kondensator:

$E_e[W_{Kondensator}] = \frac{Q * U}{2} = \frac{C * U^2}{2}$

Energiedichte w, die pro Volumeneinheit gespeicherte Energie:

$w = \frac{e_0 * E^2}{2}$

Der Feldfluss (Satz von Gauss):

$$\Phi = \int_{A(Fläche)} E * dA = \int_{A(Fläche)} E * dA * \cos(0) \quad /\cos(0)=1 =$$

$$\Phi = E * \int_{A(Fläche)} dA$$

Bei der Kugel:

$$\Phi = E * \int_{A(Fläche)} dA = \frac{Q}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r^2} * 4 * \pi * r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Beim Kondensator:

$$E^+ = \frac{Q^+}{2 * A * \varepsilon_0}$$

$$E^- = \frac{Q^-}{2 * A * \varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{A * \varepsilon_0}$$

Flächenladungsdichte:

$$\sigma = \frac{dQ}{dA} = \frac{Ladung}{Fläche} = \text{Flächenladungsdichte}$$

1.Im Innern eines geladenen Leiters im elektrostatischen Gleichgewichts zustand ist das elektrische Feld E=0.

2.An der Oberfläche steht E senkrecht zur Oberfläche

3.Der gesammte Leiter hat ein Potential V_0.

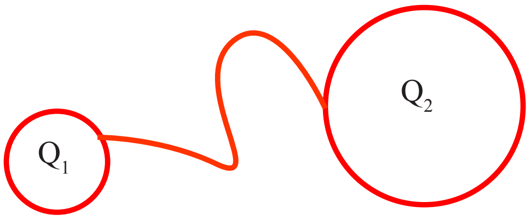
$$V(r) = -\frac{1}{4*\pi*\varepsilon_0} * \frac{Q}{r}$$

$$-\frac{1}{4*\pi*\varepsilon_0} * \frac{Q_1}{r_1} = -\frac{1}{4*\pi*\varepsilon_0} * \frac{Q_2}{r_2} \qquad \text{oder} \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$Q_1 = \sigma_1 = 4*\pi*r_1^2$$

$$Q_2 = \sigma_2 = 4*\pi*r_2^2$$

$$\frac{\sigma_1 * 4*\pi*r_1^2}{\sigma_2 * 4*\pi*r_2^2} = \frac{r_1}{r_2} \qquad \text{oder} \quad \sigma_1 * r_1 = \sigma_2 * r_2$$



Allgemeines:

Gasgemische:

$$\text{Gewicht für ein Teilchen (Atom)} = \frac{Ne_{22}\text{(Gewicht 1 Mol in g)}}{L(6*10^{23}\text{ Teilchen pro Mol})}$$

$$p*V = n*R*T$$

$$n = \frac{m}{M}$$

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{V}{R*T}*(P_2 - P_1)$$

$$\Delta n = \frac{\Delta m}{M}$$

$P = Druck$

$V = Volumen$

$T = Temperatur[K]$

$m = Masse$

$M = Molarmasse$

$$R = \frac{Joul}{Mol\ K}$$

$$a_r\text{(radiale Beschleunigung)} = \frac{v^2\text{(tangential)}}{\text{r(Radius)}}$$

Arbeit = Kraft * Weg

$$W = F*s$$

$$E_{ende} - E_{anfang} = \int_{r1}^{r2} F*dr$$

$$0 \qquad \frac{m*v^2}{2}$$

$$10^{-9}C = 10^{-9}*1.6*10^{-19}Joul$$

$$E = \frac{m*V^2}{2} = eV*1.6*10^{-19}Joul$$

$$U = \frac{W}{Q}$$

$$= \int_1^2 \vec{E} * ds$$

$$U = Epot$$

$$\Delta Q = Watt$$

$$\frac{\Delta Q}{3600s} = kWh$$

$$E = \frac{m * v^2}{2} = m * g * h$$

$$W = Q * \Delta V = Q * (V_{r2} - V_{r2}) = \frac{Q^2}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$Gauss:$$

$$\sum E_i * \Delta A = \frac{Q^+}{\varepsilon_0}$$

$$U = \int_{r1}^{r2} E * dr = \frac{Q^+}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \int \frac{1}{r^2} * dr$$

$$Kugelfläche = 4 * \pi * r^2$$

Das magnetfels eines Permanentmagneten entsteht durch geordnete atomare Kreisströme. Erwärmung über die Curietemperatur zerstört die Kreisströme.

Magnetfeldlinien sind immer geschlossen (Wirbelfeld) ≠ E Felder nie geschlossen.

B vom Nord zum Südpol

Strom erzeugt -> Magnetfeld wirkt -> auf Magneten
Magnet erzeugt -> Magnetfeld wirkt -> auf Strom
Strom erzeugt B-Feld
B-Feld erzeugt Strom

Magnetismus:

Magnetfeldlinien sind immer geschlossen.
Strom->erzeugt Magnetfeld->Kraft auf Magnet
Magnet->erzeugt Magnetfeld->Kraft auf Strom

Paramagnetismus:
Moleküle haben resultlierende Kreisströme
$B=B_0+B_M$ $B=\mu*B_0$ (µ = Premeabilität , Temperaturabhängig und nahe bei 1

Diamagnetismus:
Tritt bei allen Stoffen auf und ist nicht Temperaturabhängig
$B=\mu*B_0$, wobei µ kleiner 1 ist!

Ferromagnetismus:
Eisen, Nickel Kobalt und einige Legierungen zeigen einen ungewöhnlich starken Magnetismus. µ viel grösser als 1

Das Magnetfeld eines Permamagneten entsteht durch geordnete atomare Kreisströme. Erwärmung des Magneten über die Curietemperatur zerstören die Ordnung der atomaren Kreisströme.

$F_L = Lorenzkraft$

$B = Magnetstärke[Tesla]$

$q = Ladung$

$v = Geschwindigkeit$

$\mu = Permeabilität$

$N = Windungszahl$

$\overrightarrow{F_L} = I * l x (Kreuzprodukt) \overrightarrow{B}$ bei 90° $\overrightarrow{F_L} = I * l * \overrightarrow{B}$

$\overrightarrow{F_L} = q * \vec{v} x (Kreuzprodukt) \overrightarrow{B}$ bei 90° $\overrightarrow{F_L} = q * \vec{v} * \overrightarrow{B}$

$B=\frac{\mu_0}{2*\pi}*\frac{I}{r}$ (Draht)

$B = \mu_0 * \mu * I * \frac{N}{l}$ (Spule)

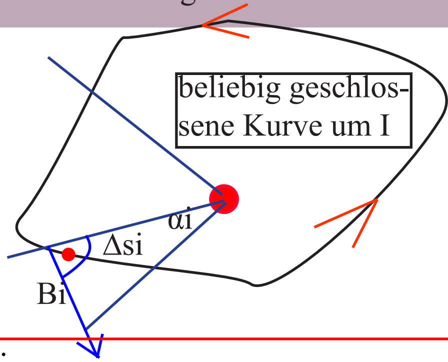
$B = \mu_0 * I * \frac{N}{l}$ (Spule ohne Kern)

$B = \mu_0 * (I + I_{Eisen}) * \frac{N}{l}$ (Spule mit Kern)

Restmagnetismus bei Ferromagnetismus ist Remanenz

<u>rechte Hand:</u>
Stromrichtung Daumen
Magnetfeldlinien gekrümmte Finger

<u>Geschwindigkeit oder I :</u>Daumen
<u>Feld :</u>
Zeigfinger
<u>Kraft :</u>
Mittelfinger: Bei q- (Elektron) um 180 gedreht



$$g = \frac{\vec{F}_g}{m} \quad \text{Gravitation}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} \quad \text{E-Feld}$$

Das Amperesche Durchflutungsgesetz:

$$\sum_i B_i \circ \Delta s$$

$$B_i = \frac{\mu_0 * I}{2 * \pi * r_i}$$

$$\int_{K1} \vec{B} * \vec{dr} = B * \int_{K1} \vec{dr}$$

$$B * Fläche = \mu_0 * I$$

$$\sum_i B_i \circ \Delta s = \frac{\mu_0 * I}{2 * \pi * r_i} * r_i * \Delta\alpha = \frac{\mu_0 * I}{2 * \pi} * \Delta\alpha$$

$$= \frac{\mu_0 * I}{2 * \pi} * \sum_i \Delta\alpha_i = \frac{\mu_0 * I}{2 * \pi} * 2 * \pi = \mu_0 * I$$

Die Liniensumme des B-Feldes längs einer beliebig geschlossenen Kurve ist gleich der Summe von der Kurve umschlossenen Ströme:

$$\sum_i B_i \circ \Delta s = \mu_0 * \sum_j I_j$$

$$\int_{\substack{geschlossene \\ Kurve}} \vec{B}_i * \Delta\vec{s} = \mu_0 * \sum_j I_j$$

$$A = r^2 * \pi$$

$$\mathrm{F} = B * A * \cos(\delta)$$

$$a = \frac{v^2}{r} \qquad W = U * q = \frac{m * v^2}{2}$$

$$F = e[eV] * V_e * B$$

$$\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7}$$

Kraft rechtwinklig Geschwindigkeit = Kreisbewegung

Achtung: Mittelwert nur einmal verrechnen

Das Induktionsgesetz:

E-Felder erzeugen B-Felder

$$F_L = F_e$$

$$q * v * B = q * E$$

$$v * B = E$$

$$L * v * B = E * L \quad (\mathrm{U}_{\text{indiziert}})$$ L=Leiterlänge

$$\mathrm{U}_{\text{indiziert}} = L * v * B = L * \frac{\Delta t}{\Delta t} * B = \frac{1}{\Delta t} * L * \Delta x * B = B * \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$L * \Delta x = \Delta A$$

$$\mathrm{U}_{\text{indiziert}} = B * \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$\mathrm{U}_{\text{indiziert}} = A * \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\mathrm{U}_{\text{indiziert}} = B * \frac{\Delta A}{\Delta t} + A * \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\mathrm{U}_{\text{indiziert}} = \frac{\Delta(A * B)}{\Delta t}$$ magnetischer Fluss Φ

$$\mathrm{U}_{\text{indiziert}} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \text{wobei } \Phi = \sum_i \mathrm{B}_i * \Delta A_i \quad \text{mit } \mathrm{B}_i \perp \Delta A_i$$

$$\mathrm{U}_{\text{indiziert}} = \int_{\text{von B durchflossene Fläche}} B * dA \quad \text{mit B} \perp dA$$

$\longrightarrow$ I1

$\longrightarrow$ I2

$$F = l * I_2 * B_1$$
$$F = I * l * B_{res}$$

U_{ind} bei cosinus bei Spule, die kippt nicht $-\Phi$

$\mathrm{U}_{\text{ind}} = \Phi_{\text{Schluss}} - \Phi_{\text{Anfang}}$

$\mathrm{U}_{\text{ind}} = \mathrm{B*A*\cos(180°)} - \mathrm{B*A*\cos(0)}$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{n * q * A * \Delta s}{\Delta t} = \frac{n * q * A * \Delta v * \Delta t}{\Delta t} = n * q * A * v$$

Kraft auf ein Elektron $F_L = \dfrac{F_{L0}}{n}$

$$U_{ind} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} * N = -\frac{B * A}{\Delta t} * N$$

$$U_{ind} = R * I$$

$$\Phi = B * A$$

$$v = \frac{U_{ind}}{n * r^2 * \pi} \left[\frac{T}{s}\right]$$

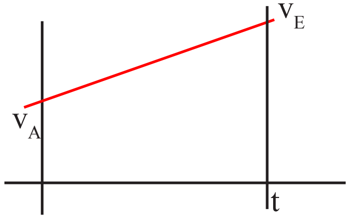
$U = \frac{W}{q}$ W=U*q=$\frac{1}{2} * m * v^2$

$r = \frac{m * v}{e * B}$ $e = 1,6 * 10^{-19}$

$\omega = 2 * \pi * f = \frac{2 * \pi}{T}$ T=Zeit für 1 Periode

Kraft 90° zu Geschwindigkeit = Kreisbewegung

$E_{elektron} = E_{\alpha Teilchen}$



2 Grundformeln:

$$V_{ende} = V_{anfang} + a * t$$

$$S = V_{anfang} * t + \frac{a * t^2}{2}$$

für den Freien Fall:

$$h = \frac{v*t}{2} = \frac{g*t^2}{2}$$

$$v = g * t$$

$$v = \sqrt{2 * g * t}$$

a	t	v_{Anfang}	v_{Ende}	s
gegeben	gegeben	gegeben	$v_A + a * t$	$v_A * t + \frac{a * t^2}{2}$
gegeben	gegeben	$v_E - a * t$	gegeben	$v_E * t - \frac{a * t^2}{2}$
gegeben	$\frac{v_E - v_A}{a}$	gegeben	gegeben	$\frac{v_E^2 - v_A^2}{2 * a}$
$\frac{v_E - v_A}{t}$	gegeben	gegeben	gegeben	$\frac{v_E + v_A}{2} * t$
gegeben	gegeben	$\frac{s}{t} - \frac{a * t}{2}$	$\frac{s}{t} + \frac{a * t}{2}$	gegeben
gegeben	$\frac{\sqrt{2 * a * s + v_A^2} - v_A}{a}$	gegeben	$\sqrt{2 * a * s + v_A^2}$	gegeben
$\frac{2 * s}{t^2} - \frac{2 * v_A}{t}$	gegeben	gegeben	$\frac{2 * s}{t} - v_A$	gegeben
gegeben	$\frac{v_E - \sqrt{v_E^2 - 2 * a * s}}{a}$	$\sqrt{v_E^2 - 2 * a * s}$	gegeben	gegeben
$\frac{2 * v_E}{t} - \frac{2 * s}{t^2}$	gegeben	$\frac{2 * s}{t} - v_E$	gegeben	gegeben
$\frac{v_E^2 - v_A^2}{2 * s}$	$\frac{2 * s}{v_E + v_A}$	gegeben	gegeben	gegeben

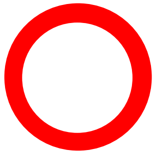
	mechanisch	Elektrisch
Arbeit W [kWh]	$W = F * s$ $W_{kin} = \frac{m * v^2}{2}$ $W_{pot} = m * g * h$ $W_{Feder} = \frac{Federkonst * s^2}{2} = \frac{F * s}{2}$	$W = U * I * t$ $W = \frac{U^2 * t}{R}$ $W = I^2 * R * t$ $W = P * t$ $W = U * Q$ $W_{(ePot)} = F * d = Q * E * d$
Leistung P [W]	$P = \frac{W}{t}$ $P = \frac{F * s}{t}$ $P = F * v$ $P = \frac{m * g * h}{2}$	$P = U * I$ $P = \frac{U^2}{R}$ $P = I^2 * R$ $P = \frac{W}{t}$
Kraft F [N]	$F = G * \frac{m_1 * m_2}{r^2}$ $F = m * a$ $F = m * \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$F = \frac{Q_1 * Q_2}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r^2}$ $F_{Elektron} = m * a$
Geschwin-digkeit v [m/s]	siehe Blatt!!!	

	Wärme	Magnetismus
Arbeit W [kWh]	$W = m * c * \Delta T$	
Leistung P [W]	$P = \frac{W}{t}$	

U	$I*R$	$\frac{P}{I}$	$\sqrt{P*R}$	$\frac{W}{I*t}$
I	$\frac{U}{R}$	$\sqrt{\frac{P}{R}}$	$\frac{W}{U*t}$	
R	$\frac{U}{I}$	$\frac{U^2}{P}$	$\frac{P}{I^2}$	

Kreisring :

$\mathbf{A = 2 * \pi * r * dr \quad (Umfang*dr)}$



Ellipse :

$\mathbf{Fläche = a * b * \pi}$

Kreis :

$\mathbf{Fläche\ A = \frac{d^2 * \pi}{2} = \pi * r^2}$

$\mathbf{Umfang = d*\pi = 2*r*\pi}$

$\mathbf{Kreisumfangfragment\ s = \varphi(im\ Bogenmass) * r}$

Kugel:

$\mathbf{Oberfläche\ A = 4*\pi * r^2}$

$\mathbf{Volumen\ V = \frac{4}{3} * \pi * r^3}$

Kegel :

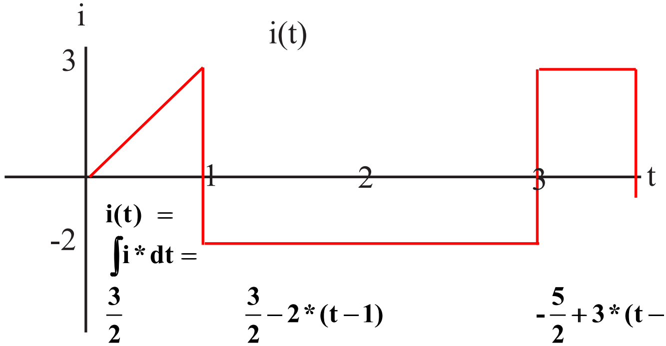
$\mathbf{Volumen\ V = \frac{\pi}{3} * r^2 * h}$

$\mathbf{Oberfläche = \pi * r^2 (Kriesfläche) + \pi * r * s(Mantel)}$

Pyramide :

$\mathbf{Volumen\ V = \frac{Grundfläche*h}{3}}$

Allgemeines zu ET, was gerne vergessengeht:



$$i(t) = \int i * dt =$$

$$\frac{3}{2} \qquad \frac{3}{2} - 2*(t-1) \qquad -\frac{5}{2} + 3*(t-3)$$

Zylinder :

$$E(r) = \frac{Q}{2*\pi*r*\varepsilon_0*\varepsilon_r*h}$$

$i \,\&\, \vec{S}$:

Fläche ist $\perp$ zu i

Beim Kondensator:

Q bleibt immer gleich

U verändert sich

$$C = \varepsilon_0 * \varepsilon_r * \frac{A}{d}$$

Bei geschichtetem ε_r :

$$C = \frac{1}{\sum \frac{1}{\Delta C}}$$

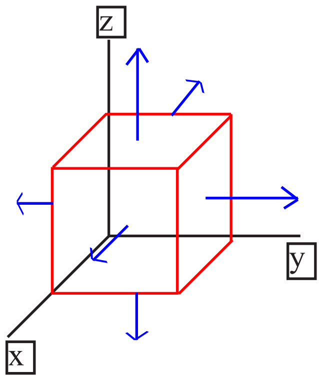
$$i = \int \vec{S} \circ \overrightarrow{dA}$$

$$S = \begin{bmatrix} 2*x^2 \\ 2*x*y^3 \\ 2*x*y \end{bmatrix}$$

$$\text{Fluss durch x} = \int_0^1\int_0^1 2*x^2*dy*dz$$

$$\text{Fluss durch y} = \int_0^1\int_0^1 2*x*y^3*dy*dz$$

$$\text{Fluss durch z} = \int_0^1\int_0^1 2*x*y*dy*dz$$



Achtung :

Bei normaler Zahl (ohne x,y,z) wird der Fluss 0, weil gleichviel reinfliesst, wie rausfliesst!!

Maschengleichung:

$$R * i + \frac{1}{C} * Q = 100V \qquad Q' = i \qquad Q = \int i * dt$$

$$R * i + \frac{1}{C} * \int i * dt = 100V \qquad \Big| \frac{d}{dt}$$

$$R * \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} * \frac{d}{dt} * \int i * dt = \frac{d}{dt} * 100V \qquad \frac{d}{dt} * \int i * dt = i \qquad \frac{d}{dt} * 100V = 0$$

$$R * \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} * i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{C * R} * i = 0$$

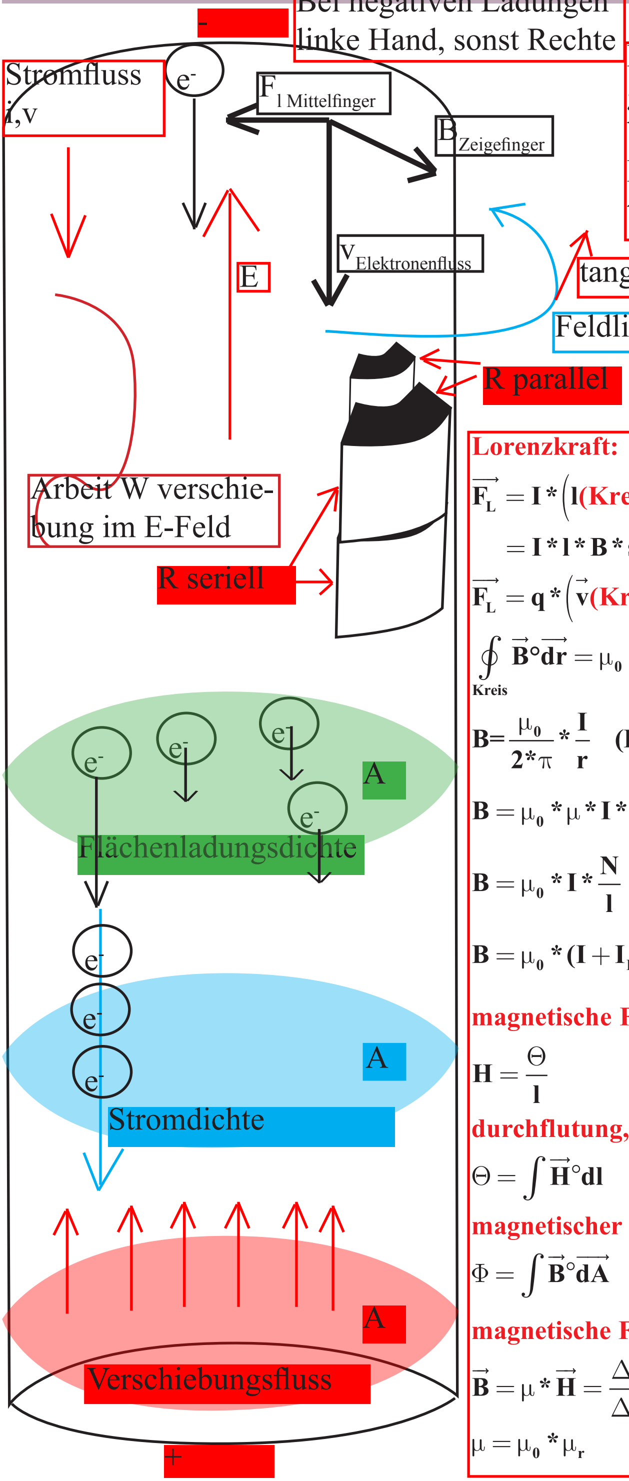
$$i(t) = K * e^{-\frac{1}{R*C} * t}$$

$i(t=0)$:

$$U_R(t=0) = U_q - U_C \qquad U_C = \frac{Q_0}{C} \qquad Q_0 \text{ ist als Anfangsbedingung gegeben}$$

$$i(t=0) = \frac{U_R(t=0)}{R}$$

$$\text{deSolve}\left(y' = -\frac{1}{C * R} * y \quad \text{and} \quad y(0) = \frac{U_R(t=0)}{R} \;, \; t, \; y \right)$$



Daumen : Stromfluss
gekrümmte Finger : Feldlinien
bei v oder Elektronenfluss linke Hand, bei technischer Stromrichtung rechte Hand

Lorenzkraft:

$$\vec{F_L} = I * \left(l(\text{Kreuzprodukt})\vec{B}\right) \quad \text{bei } 90° \ \vec{F_L} = I * l * \vec{B}$$

$$= I * l * B * \sin(I,B)$$

$$\vec{F_L} = q * \left(\vec{v}(\text{Kreuzprodukt})\vec{B}\right) \quad \text{bei } 90° \ \vec{F_L} = q * \vec{v} * \vec{B}$$

$$\oint_{Kreis} \vec{B} \circ \vec{dr} = \mu_0 * i \qquad \oint_{A} \vec{B} \circ \vec{dA} = 0$$

$$B = \frac{\mu_0}{2 * \pi} * \frac{I}{r} \quad \text{(Draht)}$$

$$B = \mu_0 * \mu * I * \frac{N}{l} \quad \text{(Spule)}$$

$$B = \mu_0 * I * \frac{N}{l} \quad \text{(Spule ohne Kern)}$$

$$B = \mu_0 * (I + I_{Eisen}) * \frac{N}{l} \quad \text{(Spule mit Kern)}$$

magnetische Feldstärke $\vec{H}$:

$$H = \frac{\Theta}{l}$$

durchflutung, magnetische Spannung Θ:

$$\Theta = \int \vec{H} \circ dl$$

magnetischer Fluss Φ:

$$\Phi = \int \vec{B} \circ \vec{dA}$$

magnetische Flussdichte, Induktion $\vec{B}$:

$$\vec{B} = \mu * \vec{H} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta A}$$

$$\mu = \mu_0 * \mu_r$$

beim Kugelwiderstand:

$$U = \int_{r0}^{r1} \vec{E}°d\vec{r} = \int \frac{I}{R}$$

E - Feld $\vec{E} = \frac{F}{Q} = \frac{Q}{4*p*e_0*r^2} = r*\vec{S} = \frac{\vec{S}}{k} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$

Spannung $U = R*i = \frac{W}{Q} = -\int \vec{E}°\vec{ds} \quad [\text{Volt}]$

Arbeit, Energie $W_{pot} = \int \vec{F}°\vec{s} = Q*U = -Q*\int \vec{E}°\vec{ds} = \int U*i*dt \quad [J]$

Kraft $\vec{F} = \frac{Q_1*Q_2}{4*p*e_0*r^2} = Q*\vec{E} \quad [N]$

Strom $I = \frac{U}{R} = \int \vec{S}°\vec{dA} = \frac{DQ}{Dt} = \frac{C*DU}{Dt} \quad [A]$

Veerschiebung, Verschiebungsdichte, Verschiebungsflussdichte, Flussdichte, el. Verschiebung $\vec{D}$**:**

$$\vec{D} = \frac{\text{eingeschlossene Ladung}}{\text{Hüllfläche}} = e_0*\vec{E} = \frac{DY}{DA} = \frac{Q}{A} \quad \left[\frac{Q}{A}\right]$$

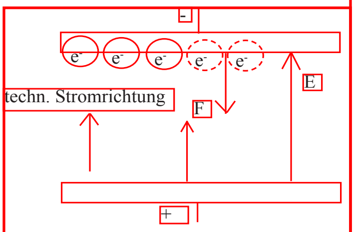
$$\oint \vec{E}°\vec{dr} = 0 \qquad \oint \vec{E}°\vec{dA} = \frac{Q}{e_0}$$

Stromdichte $\vec{S}$ **Ladung pro Zeit & Flächeneinheit durch eine Querschnittsfläche:**

$$\vec{S} = \frac{\vec{E}}{r} = \frac{di}{dA} = \frac{i}{A} = \frac{i}{A}*\vec{n}(\text{Normalenvektor}) = n(\text{menge der } e^-)*e_{\text{einheitsvektor}}*\vec{v}$$

Widersstand $R = \frac{U}{i} = \frac{r*l}{A} = \frac{l}{k*A} = \frac{\int \vec{E}°\vec{ds}}{\int \vec{S}°\vec{dA}}$ **Röhrenwid.** $= dR = \frac{r*dr}{A} = \int_{r\ innen}^{r\ aussen} \frac{r}{2*p*l*r}*dr \quad [W]$

Simens $G = \frac{1}{R}$ $\qquad$ **dG** $= \frac{dA}{r*l} = \int_{r\ innen}^{r\ aussen} \frac{\text{breite}}{r*r*2*p}*dr$



Leistung $P = \text{Arbeit, Energie pro Zeit } \frac{DW}{Dt} = U*i = \frac{U^2}{R} = i^2*R \quad [W]$

elektrischer Verschiebungsfluss Y durch die Fläche A:

$$Y = \int_A \vec{D}°\vec{dA} = e_0*\int_A \vec{E}°\vec{dA} = \int i*dt \ [C, As]$$

$$Y = \oint_{\text{Fläche}} \vec{D}°\vec{dA} = Q_{\text{total innen}} (\text{Summe der durch die Fläche eingeschlossene Ladung})$$

spezifischer Widerstand $r = \frac{R*m^2}{m}$

Flächenladungsdichte (kann bei Cond. D sein) s:

$$s = \frac{Q}{A} = \lim_{D\to 0}\frac{DQ}{DA} \quad \left[\frac{C}{m^2}\right]$$

$a = \frac{Q*E}{m}$ $\qquad$ $W_{kin} = \frac{m*v^2}{2}$ $\qquad$ $E = \frac{U}{d}$ $\qquad$ $C = \frac{Q}{U} = \frac{e_r*e_0*A}{d}$ $\qquad$ $Q = \int i*dt$ $\qquad$ $e = e_0*e_r \quad \left[\frac{As}{Vm}\right]$

$W_{Kondensator} = \frac{Q*U}{2} = \frac{C*U^2}{2} = \frac{Q^2}{2*C}$ $\qquad$ **el. Leitwert** $k = \frac{1}{r}$ $\qquad$ $e_r = \frac{\vec{E}_{\text{Vakuum}}}{\vec{E}_{\text{Isolator}}}$

Konstanten und Masseinheiten:

Q = Coulomb = 1As

Q = n(wieviele Elektronen) * e

elektron e = Q

B – Feld :
Kraft ⊥ zu Feldlinien
E-Feld:
Kraft || zu Feldlinien

1elektron = -e =1.60217733 * 10^{-19} As

$m_{elektron}$ = 9.1094 * 10^{-31} kg

1eV=1.602*10^{-19}C=1.602*10^{-19}Joul

Ladung * Spannung = eV

Konvention:
-E-Feld vom + weg (bei - Senke)
-Rechtwinklig von Körpern weg.
-konservatives Feld = keine Wirbelungen
-Feldlinien schneiden sich nie

1proton = +e = 1.6022 * 10^{-19} As

m_{proton} = 1.6726 * 10^{-27} kg

k = 8.988 * 10^{9} Nm^2/C^2

ε_0=8.854 * 10^{-12} C^2/Nm^2 (bei Vac = 1)

G=6.673 * 10^{-11} Nm^2kg^{-2}

F in Newton

E-Feld in N/C oder Vm^{-1}

falls Zeit t keine Rolle spielt -> Energiesatz
sonnst -> Kinetik

1Coulomb=1As

Energie W = 1J(Joul) =1Ws = 1Nm = $1m^2kgs^{-2}$

Leistung P = W(Watt) = Js^{-1} = m^2kgs^{-3}

Leistung[P] = Energie(W) pro Zeit

$$P = \frac{W}{t}$$

Energie[W] = Leistung über eine Zeit

$$W = \int P$$

U=Joule/Coulomb= 1Volt

I=1Ampere= 1C/s=6.2*10^{18}e/s

S=Stromdichte=A/m^2

1Nm = 1Ws = 1Joul

1kWh = 60kWm = 3600kWs

h=4,14*10^{-15} (bei Joul 6,6*10^{-34}) eVs

c(Lichtgeschwindigkeit)=3*10^{8}

0°C=273°K

σ=5,671*10^{-8} $Wm^{-2}K^{-4}$

K=1,38*10^{-23} JK^{-1}

h=4.14*10^{-15} eVs = 6.63228*10^{-34} Js

λ=Wellenlänge in m

μ_0=1.256637*10^{-6} Vs/Am (bei Vac = 1)

T=Tesla Ns/Cm

H=Henry Vs/A

DasE-Feld:

$$E = \left[\frac{N}{C} = \frac{Volt}{Meter} = Vm^{-1}\right]$$

$$U = \left[\frac{Joul}{Colomb} = Volt\right]$$

Bei 2 Kugelladungen auf einer Linie:
$E=E_1-E_2$

$$k = \frac{1}{4 * p * e_0}$$

$$\overrightarrow{F_{1,2}} = \overrightarrow{F_{2,1}} = k * \frac{|Q_1| * |Q_2|}{r^2} \quad \text{analog mech. } \overrightarrow{F_{1,2}} = \overrightarrow{F_{2,1}} = G * \frac{m_1 * m_2}{r^2}$$

-> um die Feldrichtung zu bestimmen:

$$\vec{E} = \frac{\overrightarrow{F_{elektrisch}}}{Q} \quad \text{analog mech. } \vec{g} = \frac{\overrightarrow{F_G}}{m}$$

$$E(r) = \frac{1}{4 * p * e_0} * \frac{Q}{r^2} = \frac{F}{Q}$$

$$\text{beim Vektorfeld } E = \frac{1}{4 * p * e_0} * \frac{Q}{r^2} * \vec{e}_{r1,2} \quad \left(\vec{e}_{r1,2} = \text{Einheitsvektor} = \frac{\text{Vektor}}{\text{Betrag}}\right)$$

$$F = k * \frac{|Q_1| * |Q_2|}{r^2} * \vec{e}_{r1,2} \quad \left(\vec{e}_{r1,2} = \text{Einheitsvektor} = \frac{\text{Vektor}}{\text{Betrag}}\right)$$

$$DW = \vec{F}_{\text{änderung}} \circ D\vec{s}$$

$$W_{1,2} = \int_1^2 \vec{F} \circ D\vec{s} = -q * \int_1^2 \vec{E} \circ D\vec{s}$$

$$U = \frac{W_{1,2}}{q} = \frac{-q * \int_1^2 \vec{E} \circ D\vec{s}}{q} = \frac{-\int_1^2 \vec{F} \circ D\vec{s}}{q} = -\int_1^2 \vec{E} \circ D\vec{s}$$

$$W_{pot} = q * U$$

$$DW_{pot} = W_{pot2} - W_{pot1} = q * V_2 - q * V_1 = q * (V_2 - V_1) = q * U_{1,2}$$

$$F_{res} = m * a = q * E$$

$$a = \frac{q * E}{m}$$

ϑ**(phi = Äquipotentialfläche) = Spannungspotential(V)**

$\vartheta = \rho$**(spez.Widerstand) *** $\vec{S}$ **(Stromdichte)**

$\vec{S}$ **immer parallel zu** $\vec{E}$

Potentialflächen :

$$E(r) = \frac{Q}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r^2}$$

$$V = -\int_{r1}^{r2} E(r) \circ dr = \frac{Q}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right] \qquad r_1 = \infty$$

$$V = \frac{Q}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r}$$

$$W = Q * \Delta V = Q_2 * \left[V(r_2) - V(r_1)\right] = \text{Joul}$$

$$W_{pot} = Q * V$$

$$W_{kin} = \frac{m}{2} * v^2$$

beim Kondensator oder gleichgerichtetem homogenen E-Feld:

$$E = \frac{U}{d}$$

$$\Delta W = \int \vec{F} \circ \vec{ds} = Q * \int \vec{E} \circ \vec{ds}$$

$$\frac{\Delta W}{Q} = \int \vec{E} \circ \vec{ds} = \varphi$$

$\varphi =$ **elektrisches Potential = konstant= Äquipotential-Linie**

Der Strom:

Strom->Ladungsbewegung, Wärme, Magnetfeld

Spannung->Änderung der potentiellen Energie

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = Q' \qquad \text{Elektronen, die pro Zeit durchfliessen}$$

$$I = \int \vec{S} \circ d\vec{A} \qquad S = \frac{A}{m^2} = \text{Stromdichte}$$

$$I = e * n * \bar{v} * A$$

$$n = \frac{\text{Anzahl Elektronen}}{\text{Volumen}}$$

$$\text{Elektornengeschwindigkeit } \bar{v} = \frac{I}{e * A * n}$$

$$\text{Dichte}\varphi = \frac{m}{V} = n * \mu \qquad \mu\text{=Masse eines Atoms}$$

$$\bar{v} = \frac{I * mol}{e * A * \varphi * L} \qquad L=6*10^{23} \quad A=\text{Fläche} \quad e=1.6*10^{-19}$$

Energie W:

$\left[\text{Joule } J = Nm = m^2 kg s^{-2} = Ws\right]$

$\Delta W = Q * U \qquad Q = \int i * dt$

$W = \int U * i * dt$

$W = -Q * \int \vec{E} \circ \Delta\vec{s} = \int \vec{F} \circ \Delta\vec{s}$

Leistung P (Energie nach Zeit):

$\left[\text{Watt } W = Js^{-1} = m^2 kg s^{-3}\right]$

$$\left[W = VA = \frac{Nm}{s} = \frac{J}{s}\right]$$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = U * i = \frac{U^2}{R} = i^2 * R$$

Wechselstrom :

$$P_{mittel} = \frac{\hat{i}^2}{2} * R = \left(\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}\right)^2 * R$$

$\text{Netzspannung} = 230V = U_{eff}$

$\hat{U} = 230V * \sqrt{2}$

Flächenladungsdichte σ:

$$\left[\frac{C}{m^2}\right]$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} * \frac{Q}{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} * \sigma$$

$$\varepsilon_0 * \vec{E} = \vec{D} = \sigma$$

$U_L(\text{Spule}) = -L * i'$

$U_R(\text{Widerstand}) = R * i$

$$U_C(\text{Kondensator}) = \frac{Q}{C}$$

Wirkungsgrad η:

$$\eta = \frac{\text{Nutzleistung } P}{\text{Quelleleistung } P_{total}}$$

Maximum bei Quellen:

$$R_{innen} = R_{last} \qquad \eta = \frac{1}{2}$$

Stromdichte S:

Bewegte Ladung pro Zeit und Flächeneinheit durch eine Querschnittsfläche.

$$\vec{e_v} * \frac{dq}{dt} = \vec{S} = n * e * \vec{v} \qquad \vec{v}\text{=Mittler Geschwindigkeit}$$

n=menge freier Elektronen pro Volumeneinheit

$\vec{e_v}$**=Richtung von** $\vec{v}$

$$i = \int_A \vec{S} \circ \vec{dA} = \int_A |\vec{S}| \circ \vec{dA} = |\vec{S}| * \int_A \vec{dA}$$

$$|\vec{S}| = \text{konstant} \quad \vec{S} \perp A \qquad i = S * A \qquad \vec{S} = \frac{i}{A} * |\vec{n}| (\text{Normalenvektor})$$

Falls der Körper keine Ladung speichert, Summe = 0 sein $\oint \vec{S} \circ \vec{dA} = 0$

Der Widerstand:

$$R = \frac{U}{i} = \varphi * \frac{l_{länge}}{A_{Fläche}} = \frac{\int \vec{E}\circ\vec{ds}}{\int \vec{S}\circ\vec{dA}}$$

φ=Materialgrösse Roh in $\Omega\frac{mm_2}{m}$

α,β=Materialkonstanten

υ=Temperatur in ° Celsius

$$\varphi_{Kupfer} = 0.0175\Omega\frac{mm_2}{m}$$

$$\Delta\upsilon = \upsilon - 20°C$$

$$\varphi(\upsilon) = \upsilon_{20°} * (1 + \alpha * \Delta\upsilon)$$

$$R(\upsilon) = R_{20°} * (1 + \alpha * \Delta\upsilon)$$

bei sehr grosser Wärme:

$$\varphi(\upsilon) = \upsilon_{20°} * (1 + \alpha * \Delta\upsilon + \beta * \Delta\upsilon^{20})$$

$$R(\upsilon) = R_{20°} * (1 + \alpha * \Delta\upsilon + \beta * \Delta\upsilon^{20})$$

$$G = \text{Simens} = \frac{1}{\Omega} = \frac{1}{R}$$

Quantenobjekte (Photon):

$$E = h * f$$

$$c = \lambda * f$$

$$E = m * c^2$$

$$m = \frac{h * f}{c^2} = \frac{h}{c * \lambda}$$

$$\text{Puls } p = m*c = \frac{h*f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{m * v} = \frac{h}{p}$$

Das Gaussche Gesetz:

$\vec{D}$=elektrische Flussdichte (oder elektrische Verschiebung)

$$\left[AsV^{-1}m^{-1}Vm^{-1} = Asm^{-2} = Cm^{-2}\right]$$

im Vakuum :$\vec{D}=\varepsilon_0 * \vec{E}$

im Material :$\vec{D}=\varepsilon * \varepsilon_0 * \vec{E}$

cos(Winkel) =
Winkel zwischen Flussrichtung von E und Flächennormale in Flussrichtung.

Ψ=elektrischer Verschiebungsfluss durch eine gedachte Fläche A

$\boxed{\Psi \text{ durch geschlossene Fläche} = Q_{\text{total innen}}}$

=Summe der durch die Fläche eingeschlossene Ladung

$$\left[Cm^{-2}m^2 = C\right]$$

$$\Psi = \int_{\text{Fläche A}} \vec{D}\circ d\vec{A} = \varepsilon_0 * \int_A \vec{E}\circ d\vec{A}$$

$$\oint \vec{E} * dr = 0$$

$$\oint \vec{E} * dA = \frac{1}{\varepsilon_0} * Q$$

1.elektrisches Strömungsfeld:

	Ursache		Wirkung
Vektoren	$\vec{E}$ **elektrische Feldstärke**	$\vec{S} = \kappa \cdot \vec{E}$ $\vec{E} = \rho \cdot \vec{S}$	$\vec{S}$ **Stromdichte**
	$E = \frac{dU}{dl}$ / $U = \int \vec{E} \cdot \vec{dl}$		$S = \frac{dI}{dA}$ / $I = \int \vec{S} \cdot \vec{dA}$
Skalare Integrale Größen	U_q **bzw. EMK E, U Spannung der Spannungsquelle, elektrische Spannung**	$I = G \cdot U$ $U = R \cdot I$	**I elektrischer Strom**

2. *elektrostatisches Feld:*

$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$

	Wirkung		Ursache
Vektoren	$\vec{E}$ **elektrische Feldstärke**	$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$	$\vec{D}$ **Verschiebungsflußdichte**
	$E = \frac{dU}{dl}$ / $U = \int \vec{E} \cdot \vec{dl}$		$D = \frac{d\Psi}{dA}$ / $\Psi = \int \vec{D} \cdot \vec{dA}$
Skalare Integrale Größen	**U elektrische Spannung**	Psi $\Psi = Q = C \cdot U$	$\Psi = Q$ **Verschiebungsfluß Ladung**

3. *magnetisches Feld:*

	Ursache		Wirkung
Vektoren	$\vec{H}$ **magnetische Feldstärke magnetische Erregung**	$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$	$\vec{B}$ **magnetische Flußdichte Induktion**
	$H = \frac{\Theta}{l}$ / $\Theta = \int \vec{H} \cdot \vec{dl}$		$B = \frac{d\Phi}{dA}$ / $\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{dA}$
Skalare Integrale Größen	**Θ, V Durchflutung (MMK) magnetische Spannung**	$\Phi = G_m \cdot \Theta$ $\Theta = R_m \cdot \Phi$	**Φ magnetischer Fluß**

Achtung :

Bei Rechnungen mit W, Joul verwenden

→ kein Ev

$$W = \frac{Q * q}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r} = \frac{(Ev_1 * 1.6022 * 10^{-19}) * (Ev_2 * 1.6022 * 10^{-19})}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r}$$

Der Kondensator:

Der Kondensator:

$$i = C * \frac{dU}{dt}$$

Bei beschleunigungsspannung eines Elektrons von Kondensator C auf eine Punktladung:
$U_c = V(r)_{Punktladung}$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 * A}$$

$$U = E * d = \frac{E * d}{\varepsilon_r} = \frac{Q * d}{\varepsilon_r * \varepsilon_0} = \frac{1}{C} * \int i*dt \quad -> U \text{ für Platten}$$

$$Q = \frac{\varepsilon_0 * A}{d} * U = \frac{\varepsilon_0 * \varepsilon_r * A}{d} * U$$

Beim Plattenkondensator $C = \varepsilon_0 * \varepsilon_r \frac{A_{Platte}}{d}$

$$C_{mit} = \frac{Q}{U} = \frac{\oint \vec{D} \circ dA}{\int \vec{E} \circ ds}$$

bei geschichtetem C:
-D berechen, immer gleiches D egal ε_r
-E berechnen
-U berechen

$$\varepsilon_r = \frac{C_{Dielektrikum}}{C_{Vakuum}}$$

$$F(\text{auf eine Platte}) = Q * E^+ = \frac{Q^2}{2 * \varepsilon_0 * A}$$

$$W = \frac{1}{2} * Q * U = \frac{1}{2} * C * U^2 = \frac{Q^2}{2 * C} \qquad W(\text{beide Platten}) = Q * U$$

$$\text{Energiedichte}(w, \text{ pro Volumeneinheit gesp. Energie}) = \frac{\varepsilon_0}{2} * E^2$$

bei verdoppelung des Abstandes d beim Plattenkondensator:
2*U Q=Q E=E
Bei Zylinderkond und Kugelkond nimmt E mit zunehmendem r ab.

Der Kondensator:

Energiedichte $w = \frac{\varepsilon_0 * \varepsilon_r * \vec{E}^2}{2} = \frac{\vec{D} * \vec{E}}{2} = \frac{\vec{D}^2}{2 * \varepsilon_0 * \varepsilon_r}$

Energie $W = \int_{\text{Volumen}} w * dV = \int_{\text{Volumen}} \frac{\varepsilon_0 * \varepsilon_r * \vec{E}^2}{2} * dV$

Bei Koaxialkabel:

$$W = \frac{Q^2}{4 * \pi * \varepsilon_0 * \varepsilon_r} * \ln\left(\frac{r_{aussen}}{r_{innen}}\right)$$

Kraft auf Kondensatorplatten:

$$F = \frac{Q^2}{2 * C^2} * \frac{\Delta C}{\Delta l} \qquad Q = C * U$$

$$= \frac{U^2}{2} * \frac{\Delta C}{\Delta l} \qquad C = \varepsilon_0 * \varepsilon_r * \frac{A}{l} \qquad \frac{\Delta C}{\Delta l} = -\varepsilon_0 * \varepsilon_r * A * l^{-2}$$

$$= \frac{U^2}{2} * \left(\frac{-\varepsilon_0 * \varepsilon_r * A}{l^2}\right)$$

$$D = \varepsilon_r * \varepsilon_0 * E_{Glimmer} = \varepsilon_0 * E_{Luft}$$

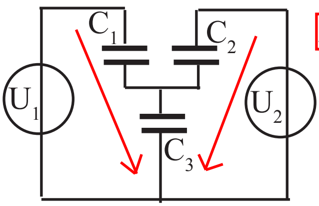
$$E_{Luft} = \varepsilon_r * E_{Glimmer}$$

$$E_{Glimmer} = \frac{U_1}{d_1}$$

$$U_2 = U_1 + E_{Luft} * (d_2 - d_2)$$

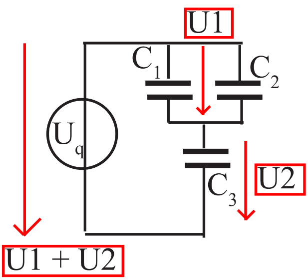
$$(d_2 - d_2) = dLuft$$

Kondensator-Anordnungen;



gleiches Q

$Q_1 + Q_2 = Q_3$
$W = Q * U$
$W(U_1) = C_2 * U_{C2} * U_2$
$W(U_2) = C_1 * U_{C1} * U_1$



Kondensatoren parallel zuert mit Quelle 1000 Volt gespiesen
Uges = 1000V
Cges=C1+C2+..+Cn
Qges=C*U

Kondensatoren werden geladen seriell geschaltet
Q bleibt erhalten! Q=C*U
Uges= UC1+UC2+...+UCn = n*1000V
1/Cges=1/C1+1/C2+...+1/Cn
Q Ausfluss bei Kurzschluss =Qges/n

Der Kondensator:

$$U = \frac{1}{C} * \int_0^{t_0} i(t) * dt + U(t=0)$$

C an idealer Stromquelle : $U_C(t) = \frac{1}{C} * iq * t$

Bei Wechselstrom:

$$i(t) = \hat{U} * C * \omega * \cos(\omega * t) = \hat{U} * C * \omega * \sin\left(\omega * t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$U(t) = \hat{U} * \sin(\omega * t)$$

$$\hat{i} = \hat{U} * \omega * C$$

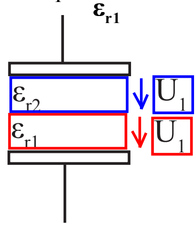
Verhältnis $\frac{\hat{U}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega * C} =$ **Impedanz** z

$$\frac{\vec{E}_1}{\vec{E}_2} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}$$

$$U = U_1 + U_2$$

$$U = \vec{E}_1 * l_1 + \vec{E}_2 * l_2 = \vec{E}_1 * l_1 + \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}} * \vec{E}_1 * l_2$$

$$\vec{E}_1 = \frac{U}{l_1 + \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}} * l_2}$$



C beim Koaxialkabel:

$$\frac{1}{C_{total}} = \int_{r_{innen}}^{r_{aussen}} \frac{1}{C} = \frac{1}{2 * \pi * \varepsilon_r * \varepsilon_0 * h} * \int_{r_{innen}}^{r_{aussen}} \frac{1}{r}$$

$$C = \frac{2 * \pi * \varepsilon_r * \varepsilon_0 * h}{\ln\left(\frac{r_{aussen}}{r_{innen}}\right)}$$

C bei zwei parallelen Koaxialkabeln:

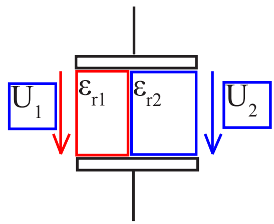
$$C = \frac{\pi * \varepsilon_r * \varepsilon_0 * l}{\ln\left(\frac{Astand}{r_{Kabel}}\right)}$$

$$U_1 = U_2 = U$$

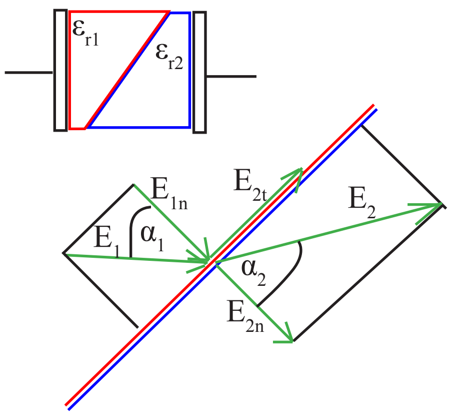
$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2$$

$$\frac{\vec{D}_1}{\varepsilon_0 * \varepsilon_{r1}} = \frac{\vec{D}_2}{\varepsilon_0 * \varepsilon_{r2}}$$

$$\frac{\vec{D}_1}{\vec{D}_2} = \frac{\varepsilon_0 * \varepsilon_{r1}}{\varepsilon_0 * \varepsilon_{r2}}$$



$\oint \vec{D} \circ d\vec{A} = Q$ **-> Ladung ist ungleichmässig verteilt**



$\vec{D}_1$ **normal** $= \vec{D}_2$ **normal an Grenzfläche**

$\vec{E}_1$ **tangential** $= \vec{E}_2$ **tangential an Grenzfläche**

$$\vec{D}_{1n} = \vec{D}_{2n}$$

$$\vec{D}_{1n} * \cos(\alpha_1) = \vec{D}_{2n} * \cos(\alpha_2)$$

$$\varepsilon_0 * \varepsilon_{r1} * \vec{E}_1 * \cos(\alpha_1) = \varepsilon_0 * \varepsilon_{r2} * \vec{E}_2 * \cos(\alpha_2)$$

$$\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$$

$$\vec{E}_1 * \sin(\alpha_1) = \vec{E}_2 * \sin(\alpha_2)$$

$$\frac{\vec{E}_1 * \sin(\alpha_1)}{\varepsilon_0 * \varepsilon_{r1} * \sin(\alpha_1) * \vec{E}_1} = \frac{\vec{E}_2 * \sin(\alpha_2)}{\varepsilon_0 * \varepsilon_{r2} * \sin(\alpha_2) * \vec{E}_2}$$

$$\frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$$

Strömngsfeld	$\vec{v}$	**Geschwindigkeitsfeld**	**->Strom**
Kraftfeld	$\vec{F}$		**->Spannung**

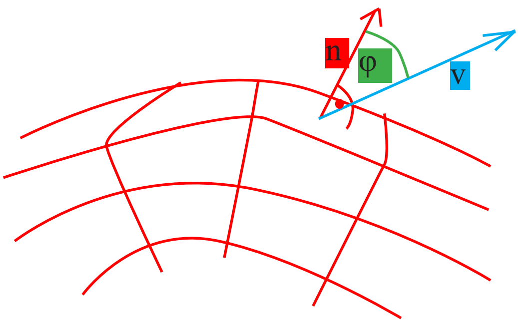
Flussintegral $\Phi = \int_{\text{Fläche}} \vec{v} \circ \overrightarrow{dA}$

ist $\vec{v}$ ein Strömungsfeld, so liefert Φ das Flüssigkeitsvolumen, das pro Zeitintervall in Richtung $\vec{n}$ durchfliesst.

$\vec{v}$ = Vektorfeld des Strömungsfeldes

$\vec{n}$ = Normalenvektor auf dem infinitsemalen Flächenstück $\overrightarrow{dA}$ (entfällt, da Fläche gerichtet und $|\vec{n}| = 1$)

Bei ebener Fläche Flussintegral $\Phi = \vec{v} \circ \overrightarrow{dA}$

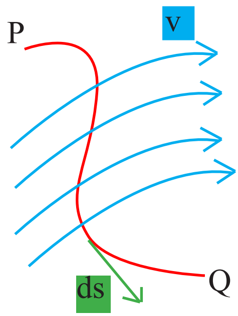


Wegintegral oder Arbeit $W = \int_{s} \vec{v} \circ \overrightarrow{ds}$

Berücksichtigt wird zu ds parallele Komponente von $\vec{v}$.

ds besitzt eine Richtung $W(P\text{-}Q) = -W(Q - P)$

Bei geradem Streckenstück $W = \vec{v} * \vec{s}$



B-Feld (Lorenzkraft):

Masseinheit:

$$1\ \text{Tesla} = 1\frac{\text{Ns}}{\text{Cm}} = 1\frac{\text{Nms}}{\text{cm}^2} = 1\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$$

$$1\ \text{Gauss} = 10^{-4}\,\text{Tesla}$$

$$\text{Allgemein}: \vec{F} = \text{Megnetkraft} + \text{el.Kraft} = q * \left(\vec{v} x \vec{B}\right) + q * \vec{E}$$

Die Lorenzkraft $\overrightarrow{F_L}$ auf ein bewegtes Teilchen ist immer senkrecht zur Geschwindigkeit $\vec{v}$.

$$\overrightarrow{F_L} = i * l\,x(\text{Kreuzprodukt})\vec{B} \quad \text{bei } 90°\ \overrightarrow{F_L} = I * l * \vec{B}$$

$$= i * l * B * \sin(i, B) \qquad \text{bei Vektofeld } \left(i*l*\overrightarrow{e_v}\right) x\vec{B}$$

$$\overrightarrow{F_L} = q * \vec{v}\,x(\text{Kreuzprodukt})\vec{B} \quad \text{bei } 90°\ \overrightarrow{F_L} = q * \vec{v} * \vec{B}$$

$$= Q * v * B * \sin(v, B)$$

$$B = \frac{\mu_0}{2*\pi} * \frac{i}{r} \quad \text{(Draht)}$$

$$B = \mu_0 * \mu_r * i * \frac{N}{\text{Länge der Spule}} \quad \text{(Spule)}$$

$$B = \mu_0 * i * \frac{N}{\text{Länge der Spule}} \quad \text{(Spule ohne Kern)}$$

$$B = \mu_0 * (i + i_{Eisen}) * \frac{N}{\text{Länge der Spule}} \quad \text{(Spule mit Kern)}$$

<u>E-Feld:</u>
-"offene" Feldlinien
-Wirkt auf ruhende und bewegte Ladung
-Potentialfeld
-Elektron wird beschleungt
-Kraft $\parallel$ zu zu E-Feld

<u>B-Feld:</u>
-geschlossene Feldlinien
-Wirkt nur auf Bewegte Ladung
-Wirbelfeld
-können nicht beschleunigen, nur Kraft umlenken -> v bleibt erhalten
-Kraft $\perp$ zu B-Feld

Die Spule L:

Masseinheit $1\text{Henry} = 1\text{H} = 1\frac{Vs}{A}$

Φ = magnetischer Fluss

$\Phi = N * \int \vec{B} \circ \vec{dA}$

$U = L * \frac{\Delta i}{\Delta t}$

$i = \frac{1}{L} * \int U * dt$

$\Phi = L * i$

$U_{ind} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

$U_{ind} = -N * \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

$U_{ind} = -B * l * v$

$U_{ind} = \oint \vec{E} \circ \vec{dr} = -\frac{d}{dt} * \int \vec{B} \circ \vec{dA}$

$U_{ind} = E * l$

$U_{ind} = \Phi_{Schluss} - \Phi_{Anfang}$

$U_{ind} = B * \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad = \Delta B * \frac{A}{\Delta t}$

$U_{ind} = B * \frac{\Delta A}{\Delta t} * \cos(B, A)$ falls Spule dreht

ändert sich A und B gleichzeitig $U_{ind} = B * \frac{\Delta A}{\Delta t} + \Delta B * \frac{A}{\Delta t}$

$F_L = F_E$
$v * B = E$
$l * v * B = E * l (U_{ind})$

Das Gesetz von Ampere:

$$\oint_{Kreis} \vec{B} * \vec{dr} = \mu_0 * i$$

Gauss'sche Gesetz für die magnetische Induktion:

$$\oint_A \vec{B} * d\vec{A} = 0$$

$$\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7} = 1.256637 * 10^{-6}$$

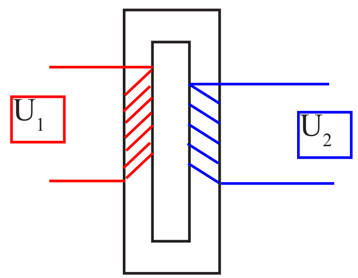
$$\Phi = \int_A \vec{B} \circ \vec{dA}$$

$$\Phi = \vec{B} * \vec{dA} \quad \text{falls } \perp$$

Bei bewegter Leiterschleife im B-Feld:

$U_{ind} = B * \frac{\Delta A}{\Delta t} \qquad \frac{\Delta A}{\Delta t} = l * v$

$U_{ind} = B * l * v$



$U_2 = -\frac{N_1}{N_2} * U_1$

Divergenz div $\vec{D}$:
Raum wird nach Ladungsveränderungen "gescannt"

V = Volumen

$$\operatorname{div}\vec{D} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint \vec{D} \circ \vec{dA}}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\text{eingeschlossene Ladung}}{\text{Volumen auf Punktgrösse}}$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = \frac{\partial \vec{D_x}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{D_y}}{\partial y} + \frac{\partial \vec{D_z}}{\partial z}$$

$$\oint \vec{D} \circ \vec{dA} = \int \operatorname{div}\vec{D} \circ \vec{dV} = Q = \int \rho * dV$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = \rho$$

Im Ladungsfreien Raum ist div $\vec{D} = 0$
Wenn div $\vec{D} \neq 0$, dann muss in diesem Raumpunkt Ladung sein!

Kraft:

$$F_{kugel} = \frac{Q^2}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r^2}$$

$$F_{zylinder} = \frac{Q^2}{2 * \pi * \varepsilon_0 * r}$$

Bei beweger Drahtschleife(Motor oder Generator):

$$\delta = \omega * t = \int \vec{B} \circ \vec{dA} = -\vec{B} * A * \cos(\delta)$$

$$U_{ind} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{d}{dt} * \vec{B} * A * \cos(\omega * t) \qquad \text{/Ableiten}$$

$$= \vec{B} * A * \omega * \cos(\omega * t)$$

$$\text{Amplitude} = \vec{B} * A * \omega = \widehat{U}$$

$$\text{Winkelgeschwindigkeit } \omega = 2 * \pi * f$$

$$\text{Periodendauer } T = \frac{1}{f} = \frac{2 * \pi}{\omega}$$

Durch Ströme erzeugte Magentfelder:

$$\Phi = \vec{B} * A$$

$$\int_A \vec{S} \circ \vec{dA} = \frac{1}{\mu_0 * \mu_r} * \int_{gesch.\ Weg} \vec{B} \circ \vec{ds}$$

$$\int_A \vec{S} \circ \vec{dA} = \int_S \vec{H} \circ \vec{ds}$$

$$\vec{B} = \mu_0 * \mu_r * \vec{H}$$

Bei bewegter Leiterschleife im B-Feld:

$$U_{ind} = B * \frac{\Delta A}{\Delta t} \qquad \frac{\Delta A}{\Delta t} = l * v$$

$$U_{ind} = B * l * v$$

Die Grundgesetze der Elektrodynamik:

Quellen (feste Zeit t):

$$\int_A \vec{E} \circ \vec{dA} = \frac{Q_{innen}}{\varepsilon_0}$$ d.h Ladungen sind Quellen des E-Feldes

$$\int_A \vec{B} \circ \vec{dA} = 0$$ d.h das b-Feld besitzt keine Quellen

Zeitabhängige (veränderliche) Felder->Wirbel:

$$-\frac{d}{dt} * \int_A \vec{B} \circ \vec{dA} = \oint_{Kreis} \vec{E} \circ \vec{dr} = -\frac{d}{dt}\Phi = U_{ind}$$

$$\varepsilon_0 * \frac{d}{dt} * \int_A \vec{E} \circ \vec{dA} = \oint_{Kreis} \vec{B} \circ \vec{dr}$$

$$\oint \vec{B} \circ \vec{dr} = \mu_0 * i + \mu_0 * \varepsilon_0 * \frac{d}{dt} * \int \vec{E} \circ \vec{dA}$$

$$U_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi = -\frac{d(B*A*\cos(\omega*t))}{dt} = B * A * \omega * \sin(\omega * t) \quad (*\text{N Windungen})$$

Am□litude= $B * A * \omega$

Kugelleadung :

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{e_0 * e_r} = \frac{|Q|}{4 * p * e_0 * e_r * r^2} = \frac{|Q|}{A * e_0 * e_r} \qquad \mathbf{F} = \frac{Q^2}{4 * p * e_0 * r^2}$$

Zylinderladung :

$$\mathbf{E} = \frac{|Q|}{2 * p * e_0 * e_r * l * r} = \frac{|Q|}{A * e_0 * e_r} \qquad \mathbf{F} = \frac{Q^2}{2 * p * e_0 * r}$$

$$\mathbf{U} = \int_{r1}^{r2} \mathbf{E} * dr$$ **E** zeigt auf negativ hin

Flussladungsdichte $D\left[\frac{As}{m^2}\right]$:

$$\mathbf{D} = \frac{Q}{A} = \frac{C * \mathbf{U}}{A} = e_0 * e_r * \vec{\mathbf{E}}$$

Bei geschachteltem C zuerst D berechnen(gilt für ganzes C),
dann $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$, dann $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2$

Stromdichte $S\left[\frac{\mathbf{I}}{m^2}\right]$:

$$S = \frac{\mathbf{E}}{\delta} \qquad S = \mathbf{E} * k$$ d = Spez. Widerst. Wm   k = Leitfähigkeit Wm^{-1}

$$S = \frac{\mathbf{I}}{A} \qquad l(\text{Länge}) = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{E}}$$

$$\mathbf{I} = \int S * dA$$

$$\mathbf{U} = \int \mathbf{E} * ds = \mathbf{E} * d$$

$$Q = e_0 * e_r * \oint \mathbf{E} * dA = \int \mathbf{D} * dA$$

$$\mathbf{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C * \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\mathbf{D} = e_r * e_0 * \mathbf{E}$$

$$dR = \frac{\delta * l}{A} \qquad dG = \frac{\Delta A}{\delta * l}$$

Achtung $\varepsilon_0 = \varepsilon_r * \varepsilon_0$

Coulomb – Gesetz :

$$F = \frac{1}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \frac{Q_1 * Q_2}{r^2}$$

Betrag der elektrischen Feldstärke des radialen Feldes eier Punkladung:

$$E = \frac{1}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \frac{Q}{r^2}$$

Zusammenhang zwischen elektrischer Feldstärke und Flächenladungsdichte:

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 * A} = \frac{\sigma(\text{Flächenladungsd.})}{\varepsilon_0}$$

Elektrisches Potential im Abstand r von einer Punktladung:

$$V = \frac{1}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \frac{Q}{r}$$

Elektrischer Fluss durch eine geschlossene Hüllfläche um die Ladung Q:

$$\Psi = \varepsilon_0 * \oint_A \vec{E} \circ \overrightarrow{dA} = Q$$

Energiedichte des elektrischen Feldes:

$$W_e = \frac{\varepsilon_0 * E^2}{2}$$

Plattenkondensator :

$$C = \frac{\varepsilon_0 * A}{d}$$

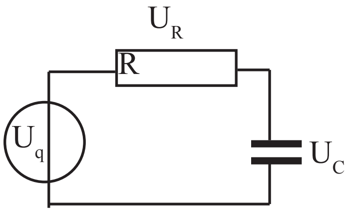
Kugelkondensator :

$$C = \frac{4 * \pi * \varepsilon_0 * r_1 * r_2}{r_2 - r_1}$$

Kugel

$$C = 4 * \pi * \varepsilon_0 * r_k$$

RC-Glied:



$i = i_R = i_C$
$U_q = U_R + U_C$

$U_R = R * i$
$U_C = \frac{1}{C} * \int i * dt$
$U_q = R * i + \frac{1}{C} * \int i * dt$ | Ableiten nach dt
$\frac{dU_q}{dt} = R * \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} * i$ -> lineare Differentialgleichung 1. Ordnung

für $t > 0$ ist U_q konstant $\frac{dU_q}{dt} = 0$
$\int \frac{di}{dt} = \int -\frac{1}{R * C} * i$
$\ln|i| = \left(-\frac{1}{R * C} + K_1\right)$
$i(t) = K_2 * e^{-\frac{1}{R*C}t}$ $\qquad i(0) = K_2 * e^{-0} = K_2 = \frac{U_q(0)}{R}$

$i(t) = \frac{U_q}{R} * e^{-\frac{1}{R*C}t}$ für $t \geq 0$
$U_R(t) = R * i(t) = U_q * e^{-\frac{1}{R*C}t}$
$U_C(t) = U_q - U_R(t) = U_q * \left(1 - e^{-\frac{1}{R*C}t}\right)$

$t = 0$	$t = \infty$
$U_C = 0$	$U_C = U_q$
$U_R = U_q$	$U_R = 0$
$i = \frac{U_q}{R}$	$i = 0$

Zeitkonstante Tau $\tau = R * C$
Kondensator ist nach 5 Tau voll

Wechselstrom:

$$\omega = 2*\pi*f = \frac{2*\pi}{T}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$i(t) = C*\frac{dU(t)}{dt}$$

$$U(t) = \frac{1}{C}*\int_{0}^{t0} i(t)*dt + U(t=0)$$

$$\text{Impetanz } z = \frac{1}{\omega*C}$$

$$U(t) = \hat{U}*\sin(\omega*t+0)$$

$$i(t) = \hat{i}*\cos(\omega*t) = \hat{i}*\cos\left(\omega*t+\frac{\pi}{2}\right) = \hat{i}*\cos(\omega*\varphi_i)$$

$$\varphi = (\varphi_u - \varphi_i) = -\frac{\pi}{2}$$

Wichtig : entweder τ oder ω, nie beides!!!

$$y' = k*y$$

$$y' = k(G-y)$$

$$\tau = \frac{1}{k}$$

$$y_{max} = G$$

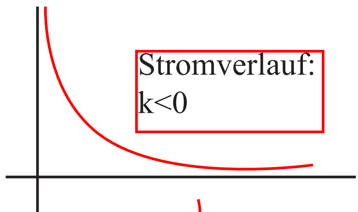
$$y'' + \omega_0^2 * y = 0$$

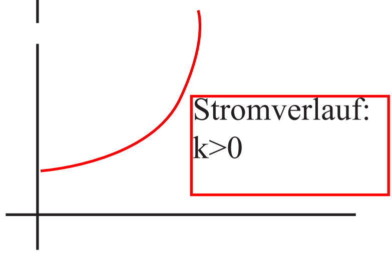
$$y(t) = A*\sin(\omega_0*t+\delta_0)$$

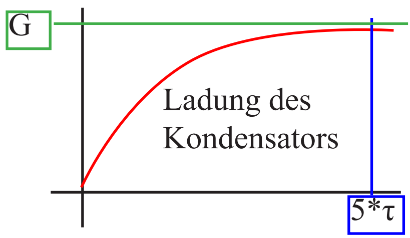
Anfangsbedingungen A, δ_0 :

y(0)

y'(0)







Kreisbewegung:

Drehwinkel j (Weg s)

Umlaufdauer $T = \frac{1}{f}$

Kreisfrequenz $w = 2 * p * f = \frac{2 * p}{T}$

Drehfrequenz $f = \frac{\text{Umdrehungen}}{\text{Sekunden}} = \frac{1}{s} = \text{Hertz}$

Winkelgeschwindigkeit w (Geschwindigkeit v)

Winkelbeschleunigung a (Beschleunigung a)

zurückgelegter Winkel j

Bei Dreharbeit:

$\omega = 2 * \pi * (\text{Anzahl Drehungen})$

$M(\text{Drehmoment}) = F * \text{Radius}$

$P(\text{Leistung}) = M * \omega$

$$w = \frac{Dj}{Dt} = j' \qquad v = \frac{Ds}{Dt} = s'$$

$$j = \int_{t_1}^{t_2} w * dt \qquad s = \int_{t_1}^{t_2} v * dt$$

gleichförmige Drehbewegung (w konstant):

$$j = w * t \qquad s = v * t$$

Winkelbeschleunigung:

$$a = \frac{Dw}{Dt} = w' = j'' \qquad a = \frac{Dv}{Dt} = v' = s''$$

Winkelgeschwindigkeit w:

$$w = \int_{t_1}^{t_2} a * dt \qquad v = \int_{t_1}^{t_2} a * dt$$

Gleichmässig beschleunigte Drehbewegung (a konstant):

$$w = a * t \qquad v = a * t$$

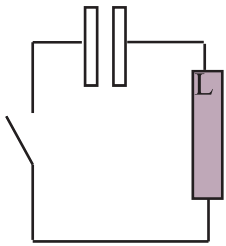
$$j = \frac{a * t^2}{2} \qquad s = \frac{a * t^2}{2}$$

sonstiges:

$$a = \frac{v^2}{r} = w^2 * r$$

$$F = \frac{m * v^2}{r} = m * a_z$$

$s(\text{Kreisstrecke}) = r * \varphi(\text{Winkel in Rad})$



wenn Kraft proportional zu Weg
-> harmnische Schwingung
Harmonische Schwingng = sin()

$$U_C = U_L$$

$$\frac{1}{C} * Q = -L * i' \qquad \left| \frac{d}{dt} \right.$$

$$\frac{1}{C} * Q' = -L * i'' \qquad |i=Q'$$

$$\frac{1}{C} * i = -L * i''$$

$$i'' + \frac{1}{L*C} * i = 0 \qquad -> \qquad y''+\omega^2 * y = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{L*C} \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{L*C}}$$

$$i(t) = i_0 * \sin\left(\omega * t + \delta_0\right)$$

Wichtig: entweder τ oder ω, nie beides!!!

Stationärer Fluss, Die Änderungsrate y' einer Grösse y ist konstant:
$y' = \text{konstant}$
Beispiel:
freier Fall ohne Luftwiderstand $y' = g$
Wärmedurchgang $Q' = k * A * \Delta\upsilon$

natürliches Wachstum, Die Änderungsrate y' ist proportional zur Grösse y:
abklingendes e $\rightarrow$ **Zerfall**
ansteigendes e $\rightarrow$ **Wachstum**

$y' = k * y$ **charakteristische Zeit** $\tau = \frac{1}{|k|}$

Beispiele:
Radioaktver Zerfall $N' = -\lambda * N$
Entladen Kondensator $Q' = -\frac{1}{R*C} * Q$

beschränktes Wachstum, Die Änderungsrate y' ist proportional zur Differenz G-y:
$y' = k * (G - y)$
G Grenze für y d.h., $y_{max} = G$
charakteristische Zeit $\tau = \frac{1}{k}$ **Sättigung bei 5*τ**
$y(5 * \tau) = y_{max}$
Beispiele:
Aufladen eines Kondensators $Q' = \frac{1}{R*C} * \left(U_0 * C - Q\right)$

Harmonische Schwingung, wenn F_{res} proportional zu Weg

Harmonische Schwingung:

$$y''+\omega_0^2 * y = 0$$

$$F_{res} = m * a = -F_{rücktreib} = -D * y$$

$$\omega_0 = 2*\pi*f = \frac{2*\pi}{T}$$

die Feder:

$$D = \frac{N}{m} \qquad s = \frac{F}{D} = \frac{m*g}{D}$$

$$W=\frac{F*s}{2} = \frac{D*s^2}{2}\text{(entspricht der Fläche unter dem F-s Diagramm)}$$

$$F = -D*s$$

seriell geschaltete Federn $\frac{1}{D_{gesamt}} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}$

parallel geschlatete Federn $D_{gesamt} = D_1 + D_2$

nur ω ist für die Schwingungsdauer verantwortlich

$$y(t) = A * \sin(\omega_0 * t + \delta_0) \qquad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Pendel :

sin 0° - 30° ist linear, sin kann weggelassen werden!

Bogenlänge $s = \varphi * r$

Energiebetrachtung bei Schwingung:

A = Amplitude

φ = Anfangswinkel

T = Periodendauer

ϑ = Abklingkonstante oder Abklingkoeffizient

m = Masse

β = Reibungskonstante

D = Federnkonstante

$W_{total} = W_{pot} + W_{kin}$ = konstant zu jedem Zeitp.

$$W_{pot} = \frac{1}{2} * D * y^2$$

$$W_{kin} = \frac{1}{2} * m * v^2$$

$$W_{total} = \frac{1}{2} * D * A^2$$

$$y(t) = A * \sin(\omega_0 * t + \varphi_0) \qquad \text{ev. } \varphi = 0$$

$$v(t) = y'(t) = A * \omega_0 * \cos(\omega_0 * t + \varphi_0)$$

g oder $a = y''(t)$

Maximales s, v, oder a bei sin() = 1 oder cos( ) = 1

Wann Maximales s, v, oder a Ableitung = 0

bei Röhre:

$$m * s'' = -F_R$$

$$\rho * A * l * h'' = -\rho * A * 2 * h * g$$

beim Eisklotz:

$$m * x'' = -\text{seite}^2 * x * \rho_{flüssigkeit} * g$$

mit Geschwindigkeit und x_0 :

$$x_0 = \frac{m*g}{D} \qquad \frac{m*v^2}{2} = m*g*h$$

$$v_{aufprall} = \sqrt{2*g*h}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_{aufprall}}{\omega_0}\right)^2}$$

Bei Spinne:

Fadenpendel

Resonanzfrequenz beim Motor:

$f_{Quelle} < f_{motor} \rightarrow$ keine Resonanz

bei verschiedener Auslenkung (A):

nur v verändert sich

gleichmässig beschleunigt:

$$s = \frac{g*t^2}{2}$$

Mechanische Schwingung:

$F_{res} = F_{Reibung} + F_{Feder}$

$m * a = m * y'' = -\beta * y' - D * y$

$m * y'' + \beta * y' + D * y = 0$

m=Masse
β=Reibungskonstante
D=Federnkonstante

$y'' + \frac{\beta}{m} * y' + \frac{D}{m} * y = 0$

Elektrische Schwingung:

$U_L = U_R + U_C$

$-L*i' = R * i + \frac{1}{C} * Q \quad / \frac{d}{dt} \quad (i = Q')$

$L * i'' + R * i' + \frac{1}{C} * i = 0$

L=Selbstinduktivität
R=Widerstand
C=Kehrwert der Kapazität

$i'' + \frac{R}{L} * i + \frac{1}{L * C} * i = 0$

Differentialgelichung für die gedämpfte Schwingung:

$y'' + 2 * \vartheta * y' + \omega_0^2 * y = 0$

$\vartheta = \frac{\beta}{2 * m} \qquad \omega_0^2 = \frac{D}{m}$

$\vartheta = \frac{R}{2 * L} \qquad \omega_0^2 = \frac{1}{L * C}$

$\ln\left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right) = \vartheta * T$

$\frac{u_n}{u_{n+1}}$ = Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Amplituden

$s(\text{Kreisstrecke}) = r * \varphi(\text{Winkel in Rad})$

$y(t) = y_0 * e^{-\vartheta * t} * \sin(\omega_0 * t + \varphi_0) \qquad ev. \varphi_0 = 0$

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \vartheta^2} = \sqrt{\frac{D}{m} - \left(\frac{\beta}{2 * m}\right)^2}$

$\vartheta < \omega_0$ Schwache Dämfung → Schwingfall
$\vartheta > \omega_0$ Starke Dämpfung → Kriechfall
$\vartheta = \omega_0$ aperiodischer Grenzfall

$\text{Dämpfungsgrad} = \frac{\vartheta}{\omega_0}$

$\text{Ampitudenabfall} = e^{-\vartheta * t}$

Fadenpendel:

$F_R = m * g * \sin(\delta)$

$m * \delta'' = -m * g * \sin(\delta)$

$\text{Bogenlänge} = r * \delta \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

$m * y'' = -m * \frac{g}{r} * y$

$y'' + \frac{g}{r} * y = 0$

Wellen :

$c = \lambda * f$

c = Phasen oder Wellengeschwindigkeit. Geschwindigkeit, mit der sich die Phase (Wellenberg) ausbreitet.

Achtung: c ist nicht mit der Geschwindigkeit der von der Welle erfassten Teilchen zu verwechseln.

λ = Wellenlänge Abstand zweier Punkte gleicher Phase(d.h die Punkte müssen gleiche Auslenkung und gleiche Geschwindigkeit haben)

T = Schwingungsdauer für einen Punkt der Welle in der Zeit T schreitet die Welle um die Strecke λ voran.

φ = Phase einer Welle. Beshreibt den Schwingungszustand der Welle an einer bestimmten Stellen

f = Frequenz. Zahl der Schwingungen eines Teilchens in der Zeiteinheit $f = \frac{1}{T}$

Quer – oder Tranversalwelle (Schwingung senkrecht zur Ausbreitung)

$$y(x,t) = y_{max} * \sin\left(2 * \pi * \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$$

Längs – oder Longitudianalwelle (Schwingung längs der Ausbreitung)

Es kommt zu Dichte- und Druckschwankungen

Sinusförmige Wellen:

stehende Welle $y = y(t) = y_{max} * \sin\left(\frac{2 * \pi * x}{\lambda}\right)$

laufende Welle $y(x,t) = y_{max} * \sin\left(\frac{2 * \pi}{\lambda} * (x - v * t)\right)$

im Raum (bei festem t) : $\Delta x = N * \lambda$ **N=1** $\Delta x = \lambda$

in der Zeit (bei festem x): $v * \Delta t = N * \lambda$ **N=1** $\Delta t = T$

$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1}{f} \qquad v = \lambda * f$

$k = \text{Wellenzahl}\left[m^{-1}\right] = \frac{2 * \pi}{\lambda}$

$\omega = \text{Kreisfrequenz}\left[s^{-1}\right] = \frac{2 * \pi}{T}$

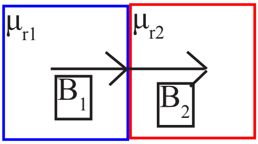
$$y = y_{max} * \sin\left(2 * \pi * \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$$

$y(x,t) = y_{max} * \sin(k * x - \omega * t - \varphi)$ **falls Anfangswinkel**

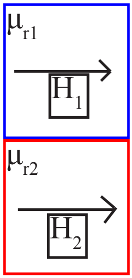
transversale Geschwindigkeit $u_y(x,t) = y'(t) = -\omega * y_{max} * \cos(k * x - \omega * t - \varphi)$

$$a(x,t) = y''(t) = \omega^2 * y_{max} * \sin(k * x - \omega * t - \varphi)$$

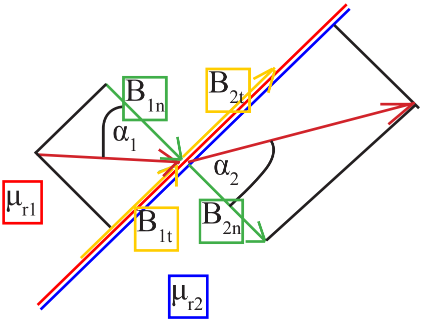
μ_0, μ_r



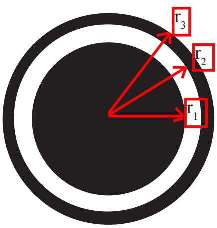
$$\vec{B}_1 = \vec{B}_2$$
$$\frac{\vec{H}_1}{\vec{H}_2} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}$$



$$H_1 = H_2$$
$$\frac{1}{\mu_0 * \mu_{r1}} * B_1 = \frac{1}{\mu_0 * \mu_{r2}} * B_2$$
$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}}$$



$$\frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}}$$



Koaxialkabel :

Innenleiter $0 \le r \le r_1$ **:**

$$\vec{H} = \frac{i}{2 * \pi * r_1^2} * r$$

Isolation $r_1 \le r \le r_2$ **:**

$$\vec{H} = \frac{i}{2 * \pi * r}$$

Aussenleiter $r_2 \le r \le r_3$ **:**

$$\vec{H} = \frac{r_3^2 - r^2}{r_3^2 - r_2^2} * \frac{i}{2 * \pi * r}$$

Ausserhalb des koaxialkabels $r \ge r_3$**:**

$$\vec{H} = 0$$

Fluss einer Spule allgemein:

$$\phi = N * \int \vec{B} \circ \vec{dA}$$

H – Feld eines Langen Leiters Ausserhalb:

$$\int \vec{S} \circ \vec{dA} = \int \vec{H} \circ \vec{ds}$$

$$i = \vec{H} * 2 * \pi * r$$

$$\vec{H} = \frac{i}{2 * \pi * r_{Abstand}} * \vec{e}_{tangential}$$

H – Feld eines Langen Leiters Innerhalb:

$$\vec{H} = \frac{i * r}{2 * \pi * r_{Kabel}^2} * \vec{e}_{tangential}$$

$$\Theta = i * \frac{r^2}{r_{Kabel}^2}$$

H – Feld einer Spule mit kleinem Querschnitt:

$$\vec{H} = \frac{i * N}{l(\text{Länge der Spule})}$$

H – Feld Spule auf Ringkern:

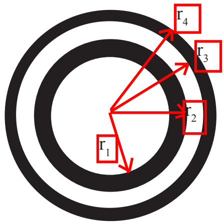
$$\vec{H} = \frac{i * N}{2 * \pi * r} * \vec{e}_{tangential}$$

Fluss durch Fläche F:

$$\phi = \frac{\mu_0 * \mu_r * i * N * d}{2 * \pi} * \ln\left(\frac{r_{aussen}}{r_{innen}}\right)$$

$\square_{Ausgang}$ **einer Ringspule mit R□□ □liedam Ausgang:**

$$\square_A = \frac{N * A}{R * \square} * B$$



Stromfluss ist in beiden Rohren entgegengesetzt

im Lufraum im Innern:

$\Theta = 0 \quad \rightarrow$ **kein magnetisches Feld**

innerer Leiter:

$$S = \frac{i}{r_2^2 * \pi - r_1^2 * \pi}$$

$$\Theta = S * \left(r^2 * \pi - r_1^2 * \pi\right) = i * \frac{r^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$H = \frac{\Theta}{2 * \pi * r}$$

zwischen beiden Rohren:

$$\Theta = i$$

$$H = \frac{i}{2 * \pi * r}$$

äusserer Leiter:

$$S = \frac{i}{r_4^2 * \pi - r_3^2 * \pi}$$

$$\Theta = i - S * \left(r^2 * \pi - r_3^2 * \pi\right)$$

$$H = \frac{\Theta}{2 * \pi * r}$$

$$S = \frac{i}{A} = \frac{i}{r_2^2 * \pi - r_1^2 * \pi}$$

$$\Theta = S * \left(r^2 - r_1^2\right) * \pi = i * \frac{r^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$H = \frac{\Theta}{2 * \pi * r}$$

$$d\phi = B * dA$$

$$\phi = \int_{r_1}^{r_2} d\phi = \frac{\mu_0 * i * l}{2 * \pi * \left(r_2^2 - r_1^2\right)} * \int_{r_1}^{r_2} r - \frac{r_1^2}{r} * dr$$

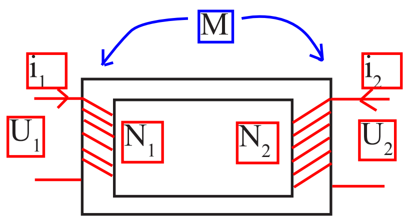
$$U_2 = M * \frac{di}{dt}$$

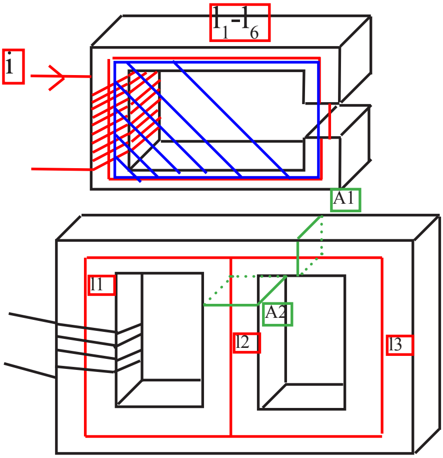
Auch in N_1 **ist** $\vec{B} = \frac{i_1 * \mu_0 * \mu_r * N_1}{l}$

$$U_{1Windung} = \frac{d}{dt} * \int \vec{B} \circ dA = A * \frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{A * \mu_0 * \mu_r * N_1 * di}{l * dr}$$

$$U_1 = N_1 * U_{1Windung} = \frac{N_1^2 * A * \mu_0 * \mu * di}{l * dt}$$

Selbstinduktion $U_1 = L_1 * \frac{di}{dt}$

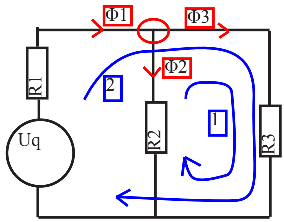




$$\int \vec{S} \circ \vec{dA} = \oint \vec{H} \circ \vec{ds} = i * N$$

$$i * N = H_1 * l_1 + H_2 * l_2 + \ldots + H_n * l_n$$

$$i * N = \sum_{k=1}^{m} H_k * l_k$$



Knotensatz $\left(\sum \phi = 0\right)$:

$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3$

Maschensatz $\left(i*N = \sum R_{mk} * \phi_{mk}\right)$:

$1: H_1 * l_1 + H_3 * l_3 = i * N$

$2: H_2 * l_2 + H_3 * l_3 = 0$

H und B aus Tablelle entnehmen, da μ_r im gleichen Material verschieden!!!

im geschlossenen Kreis (ohne Zwischenschenkel) $\phi =$ konstant

$$R = \frac{U}{i} = \frac{\int \vec{H} \circ \vec{ds}}{\int \vec{B} \circ \vec{dA}}$$

$\phi = B * A$ [Wb]

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 * \mu_r * A} = \frac{H * l}{\phi} = \frac{\Theta}{\phi} \qquad \left[\frac{S}{s} = \frac{\text{Simens}}{s}\right]$$

$$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{B}{\mu_0 * \mu_r} = \frac{i * N}{l} \qquad \left[\frac{A}{m}\right]$$

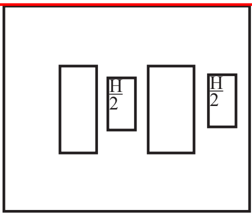
Achtung Umlaufsinn!

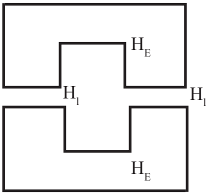
$$B_n = \frac{\phi_n}{A_n} = \mu_0 * \mu_r * H_n$$

$$i = \oint \vec{H} * dl = H_1 * l_1 + H_2 * l_2 + \ldots + H_k * l_k = \frac{\sum \vec{H} * l}{N} \qquad [A]$$

beim Kreis:

$$\Theta = i * N = \sum R_{mk} * \phi_{mk} = \sum H_k * l_k \qquad [A]$$





magnetische Durchflutung Θ Mass für die Stärke des Magnetfeldes in eiener Spule:

$$\Theta = i * N = R_m * \phi \qquad [A]$$

magnetischer Fluss $\Phi = \vec{B} * A \qquad [Wb]$

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 * \mu_r * A} = \frac{\Theta}{\phi}$$

magnetische Feldstärke $H = \frac{\Theta}{l} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 * \mu_r} = \frac{i * N}{l} \qquad \left[\frac{A}{m}\right]$

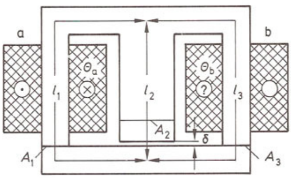
umlaufgeicher Sinn : $i_1 * N_1 + i_2 * N_2$

umlaufverschiededener Sinn : $i_1 * N_1 - i_2 * N_2$

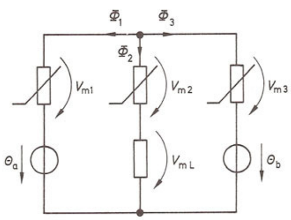
magnetische Flussdichte $B = \frac{\Phi}{A}$

$$i = \oint \vec{H} * dl = 2 * H_l * l_l + 2 * H_E * l_E$$

$$i = \frac{\sum \vec{H} * l}{N}$$



Zunächst unterteilen wir den magnetischen Kreis in Abschnitte, in denen konstanter magnetischer Fluß herrscht, und schätzen hierfür die mittleren Längen der Feldlinien: $l_1 = l_3 \approx 230$ mm; $l_2 \approx 100$ mm. Die magnetisch wirksamen Querschnittsflächen sind $A_1 = A_3 = 7{,}2 \cdot 10^{-4}\,m^2$; $A_2 = 14{,}4 \cdot 10^{-4}\,m^2$. Wir zeichnen danach die magnetische Ersatzschaltung, in der wir sämtliche Feldabschnitte als Zweipole mit Bezugspfeilen für die magnetischen Flüsse und Spannungen darstellen. Die Wahl des Bezugspfeils für Θ_b ist willkürlich.



Die Rechnung führen wir in einer Tabelle durch; dabei haben wir den Rechengang numeriert, um das Verständnis zu erleichtern.

Zuerst tragen wir die bekannten Werte für die Flächen A und die Längen l in die Tabelle ein. Dann beginnen wir mit der gegebenen Größe B_L ① und berechnen aus $\Phi = B \cdot A$ den Luftspaltfluß ②, aus $H_L = B_L/\mu_0$ die Feldstärke ③, und die magnetische Spannung am Luftspalt nach $V_m = H \cdot l$ ④. Der Luftspaltfluß muß auch im Mittelschenkel vorhanden sein ⑤. Mit ihm wird die dort herrschende Flußdichte berechnet ⑥ und der zugehörige Wert für H aus der Magnetisierungskurve entnommen ⑦. Die magnetische Spannung am Mittelschenkel erhalten wir aus $V_m = H \cdot l$ ⑧. Aus einem Maschenumlauf in der magnetischen Ersatzschaltung folgt ⑨:

$$\Theta_a - V_{mL} - V_{m2} + V_{m1} = 0$$

$$V_{m1} = (220 + 557 - 1000)\,A = -223\,A$$

Die nach ⑩, ⑪ und ⑫ berechneten Feldgrößen haben negatives Vorzeichen, d. h. sie sind gegen den gewählten Bezugspfeil gerichtet. Für die Flüsse am Knoten der magnetischen Ersatzschaltung gilt ⑬:

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$$

$$\Phi_3 = (10{,}5 - 22{,}4) \cdot 10^{-4}\,Vs = -11{,}9 \cdot 10^{-4}\,Vs$$

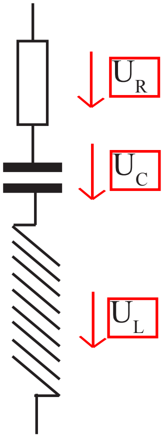
Auch die Feldgrößen der letzten Tabellenzeile haben negatives Vorzeichen, ihre Berechnung entspricht der 2. Zeile. Die gesuchte Größe Θ_b erhalten wir aus einem Maschenumlauf:

$$\Theta_b - V_{mL} - V_{m2} + V_{m3} = 0$$

$$\Theta_b = (557 + 220 + 1081)\,A \approx \mathbf{1{,}86\,kA}$$

Da Θ_b positives Vorzeichen besitzt, entspricht die Spulendurchflutung der Bezugspfeilwahl (rechte Spulenseite: Kreuz).

Abschnitt	Φ in 10^{-4} Vs	A in $10^{-4}\,m^2$	B in T	H in kA/m	l in m	V_m in A
1	⑫ −10,5	7,2	⑪ −1,46	⑩ −0,97	0,23	⑨ −223
2	⑤ 22,4	14,4	⑥ 1,56	⑦ 2,2	0,1	⑧ 220
Luftspalt	② 22,4	16,0	① 1,4	③ 1114	0,0005	④ 557
3	⑬ −11,9	7,2	⑭ −1,65	⑮ −4,7	0,23	⑯ −1081



R:

$$U = R * i$$

$$i = \frac{U}{R}$$

C:

$$U = \frac{1}{C} * \int i * dt$$

$$i = C * \frac{dU}{dt}$$

L:

$$U = L * \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} * \int U * dt$$

Die Spulengleichungen:

$$U = L * \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} * \int U * dt$$

$$i(t_0) = \frac{1}{L} * \int_0^{t_0} U(t) * dt + U(t = 0)$$

Leiterschleife:

$$U_{total} = \sum U_{ind}$$

$$U = N * \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Upsilon = N * \Phi$$

Achtung:

Richtung des Stromflusses (Wicklung) beachten

$$U = \sum U = U_R + U_C + U_L$$

$$= R * i + \frac{1}{C} * \int i * dt + L * \frac{di}{dt}$$

Integral DLG Ableiten:

$$\frac{dU}{dt} = R * \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} * i + L * \frac{di^2}{dt^2}$$

Bei Schleifring & bewegten Platten:

$$v = \omega * r = \text{Drehgeschwindigkeit} * \text{Radius}$$

$$\vec{E} = v * B = \omega * r * B$$

$$U_{ind} = \int_{r1}^{r2} \vec{E} \circ dr$$

DLG besitzt 3 mögliche Lösungsformen:

$$i(t) = K_1 * e^{-a_1 * t} + K_2 * e^{-a_2 * t}$$

$$i(t) = K_1 * e^{-a_1 * t} + K_2 * t * e^{-a_1 * t}$$

$$i(t) = e^{-a*t} * \left(K_1 * \sin(b * t) + K_2 * \cos(b * t)\right) \rightarrow \text{hier etsteht eine Schwingung}$$

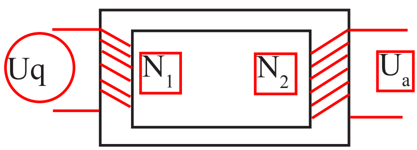
$$i * N = \sum H_k * l_k = H * l(\text{bei mittlerem Weg})$$

$$\vec{B} = \mu_0 * \mu_r * \vec{H}$$

$$U = \frac{d}{dt} * \int \vec{B} \circ \vec{dA} = A * \frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$U_a = N * U_{1Windung}$$

$$i = \frac{\vec{H} * l}{N_1} = \frac{\vec{B} * l}{\mu_0 * \mu_r * N_1}$$

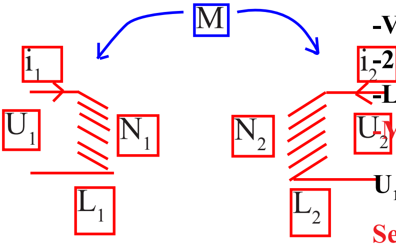


$$U_{1Windung} = \frac{d}{dt} * \int \vec{B} * A = A * \frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{A * \mu_0 * \mu_r * N_1}{l} * \frac{di}{dt}$$

$$U_a = \frac{\mu_0 * \mu_r * A}{l} * N_1 * N_2 * \frac{di}{dt}$$

Gegeninduktivität M

Gegeninduktivität:



-idealer Transformator

-Vierpol

-2 gekoppelte Spulen

-L_1, L_2 Induktivität der Einzelspule

-M Koppelung zwischen L_1 und L_2 Gegeninduktivität

$$U_1 = L_1 * \frac{di_1}{dt} + M_{2,1} * \frac{di_2}{dt}$$

Selbstinduktivität Spule 1

Wirkung des Stroms in Spule 2 auf Spule 1

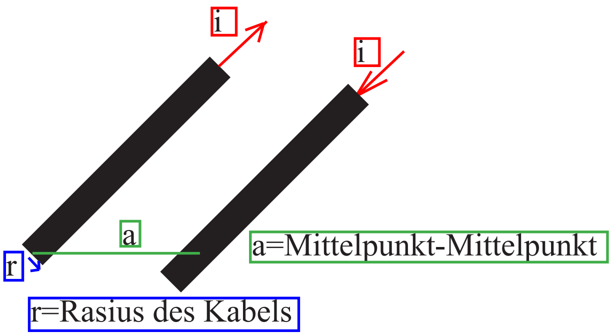
$$U_2 = L_2 * \frac{di_2}{dt} * M_{1,2} * \frac{di_1}{dt}$$

in der Regel gilt $M_{1,2} = M_{2,1}$

$$\psi_2 = N_2 * \phi_2 = M * i_1$$

$$U_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = \frac{d}{dt} * M * i_1$$

für $i_2 = 0$ wird $U_2 = M * \frac{di_1}{dt}$, M>0 falls $\vec{H}_1 = \vec{H}_2$



Induktivität der Zweidrahtleitung:

$$\int \vec{S} \circ \vec{dA} = \int \vec{H} \circ \vec{ds} \quad \rightarrow \quad i = 2 * \pi * r * H$$

$$\phi_{\text{linker Leiter}} = \phi_{\text{rechter Leiter}} = \frac{\phi_{\text{total}}}{2}$$

$$\frac{\phi_{\text{total}}}{2} = \int_r^{a-r} \vec{B} \circ \vec{dA} = \int_r^{a-r} \vec{B}(r) * l * dr = \int_r^{a-r} \frac{\mu_0 * \mu_r * i * l}{2 * \pi * r} * dr = \frac{\mu_0 * \mu_r * i * l}{2 * \pi} * \ln\left(\frac{a-r}{r}\right)$$

$$\Psi = \phi = 2 * \frac{\mu_0 * \mu_r * i * l}{2 * \pi} * \ln\left(\frac{a-r}{r}\right) \qquad (N = 1)$$

$$L = \frac{\mu_0 * \mu_r * l}{\pi} * \ln\left(\frac{a-r}{r}\right)$$

Induktivität allgemein:

$$Y = L * i$$

$$U = L * \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} * \int U * dt$$

Induktivität bei Ringförmigem Spulenkörper:

$$\int \vec{H} \circ \vec{ds} = \int \vec{S} \circ \vec{dA}$$

$$\vec{H} * 2 * p * r = i * N = \frac{i * N}{2 * p * r} * e_{tangential} \qquad \text{Weg des Umfangs}$$

$$\vec{B} = \frac{m_0 * m_r * i * N}{2 * p * r} * e_{tangential}$$

$$f = \int \vec{B} \circ \vec{dA} = \int \vec{B} * h * dr \qquad h = \text{Höhe der Spule}$$

$$= \frac{m_0 * m_r * i * N}{2 * p} * h * \int_{r_{innen}}^{r_{aussen}} \frac{1}{r} * dr$$

$$Y = N * f = L * i$$

$$L = \frac{m_0 * m_r * N^2}{2 * p} * h * \ln\left(\frac{r_{aussen}}{r_{innen}}\right)$$

Induktivität bei Langer, dünner Spulen:

$$\int \vec{S} \circ \vec{dA} = i * N \approx \int \vec{H} \circ \vec{ds} = H * l_{innen} = \frac{1}{m_0 * m_r} * B * l_{innen}$$

$$Y = N * f = L * i = N * \vec{B} * A = N * A * \frac{i * N * m_0 * m_r}{l_{innen}}$$

$$L = \frac{A * N^2 * m_0 * m_r}{l_{innen}}$$

Induktivität beim Koaxialkabel:

$$\int \vec{H} \circ \vec{ds} = \int \vec{S} \circ \vec{dA}$$

$$H = \frac{i}{2 * p * r} * \vec{e}_{tangential}$$

$$f = \int \vec{B} \circ \vec{dA} = \int \vec{B}(r) * l * dr \qquad B \text{ ^ } A$$

$$Y = f \qquad (N = 1)$$

$$Y = \frac{m_0 * m_r * i * l}{2 * p} * \int_{r_{innen}}^{r_{aussen}} \frac{1}{r} = \frac{m_0 * m_r * i * l}{2 * p} * \ln\left(\frac{r_{aussen}}{r_{innen}}\right)$$

$$Y = L * i$$

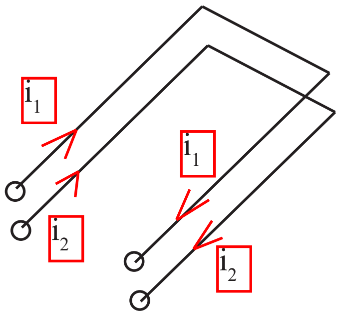
$$L = \frac{m_0 * m_r * l}{2 * p} * \ln\left(\frac{r_{aussen}}{r_{innen}}\right)$$

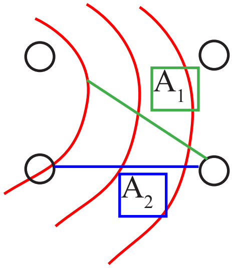
Allgemein:

$$i * N = \int \vec{H} \circ \vec{ds}$$

$$\vec{B} = \mu_0 * \mu_r * \vec{H}$$

$$U = \frac{d}{dt} * \int \vec{B} \circ \vec{dA}$$





$$f(A_1) = f(A_2)$$

$$\int H^\circ ds = \int S^\circ dA \qquad \vec{B} = m_0 \cdot m_r \cdot \frac{i_1}{2 \cdot p \cdot r}$$

$$i_1 = 2 \cdot p \cdot r \cdot \vec{H}$$

$$f_{links} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{B}^\circ \overrightarrow{dA} \qquad dA = l \cdot dr$$

$$f_{total} = 2 \cdot f_{links} = m_0 \cdot m_r \cdot \frac{i_1}{p} \cdot l \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} \cdot dr = m_0 \cdot m_r \cdot \frac{i_1}{p} \cdot l \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$y_2 = M \cdot i_1 = f_2(\text{da } N = 1) = f_{total}$$

$$M = \frac{m_0 \cdot m_r \cdot l}{p} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$\text{Kopplungsfaktor } k = \frac{M}{M_{max}}$$

M_{max} = maximale Gegeninduktivität

$$M = \frac{y_1}{i_2} = \frac{y_2}{i_1}$$

$$U_2 = \frac{d}{dt} \cdot y_1 = M \cdot \frac{di_1}{dt} \qquad U_2 = \frac{d}{dt} \cdot y_2 = M \cdot \frac{di_2}{dt}$$

$$L_1 = \frac{y_{11}}{i_1} \qquad L_2 = \frac{y_{22}}{i_2}$$

$$M^2_{max} = \frac{y_1 \cdot y_2}{i_1 \cdot i_2} = L_1 \cdot L_2$$

$$M_{max} = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

für M_{max} gilt: $y_{11} = y_{12} = y_1 \qquad y_{22} = y_{21} = y_2$

Kraft & Energie im Magnetfeld:

$$U = L * \frac{di}{dt}$$

$$P(t) = U(t) * i(t)$$

$$W_{in\ L} = \int_{-\infty}^{t_0} P(t) * dt = \int_{-\infty}^{t_0} U(t) * i(t) * dt$$

$$W = L * \int_{-\infty}^{t_0} i(t) * \frac{di(t)}{dt} * dt = L * \frac{i^2{}_{t_0}}{2}$$

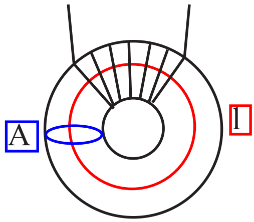
Energiedichte im magnetischen Feld:

$$\int \vec{H} \circ \vec{ds} = \int \vec{S} \circ \vec{dA}$$

$$\vec{H} * l = i * N$$

$$\phi = \int \vec{B} \circ \vec{dA} = \mu_0 * \mu_r * \frac{i * N * A}{l}$$

$$U = \frac{d\psi}{dt} = N * \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 * \mu_r * N^2 * A}{l} * \frac{di}{dt} = L * \frac{di}{dt}$$



wähle sehr kleines (d.h homogenes) Volumenelement:

$$\text{Energiedicht } w = \frac{W}{\text{Volumen}} = \frac{W}{A * l}$$

$$W = L * \frac{i^2}{2} = \int w \circ dV$$

$$w = \frac{L * i^2}{2 * A * l} = \frac{\mu_0 * \mu_r * N^2 * A * i^2}{2 * l^2 * A} = \frac{\mu_0 * \mu_r * N^2 * i^2}{2 * l^2}$$

$$w = \frac{\mu_0 * \mu_r * \vec{H}^2}{2} = \frac{\vec{B} * \vec{H}}{2} = \frac{\vec{B}^2}{2 * \mu_0 * \mu_r} = \frac{\mu_0 * \mu_r * \vec{H}^2}{2}$$

Energie des Magnetfeldes im Leiterinnern:

$$W = \frac{\mu_0 * i^2 * l}{16 * \pi}$$

innere Induktivität einer Zweidrahtleitung:

a = Abstand der 2 Leiter

r = Radius des Leiters

$$W = L * \frac{i^2}{2}$$

$$W_{total} = W_{innen} + W_{aussen} = L_{innen} * \frac{i^2}{2} + L_{aussen} * \frac{i^2}{2}$$

$$L_{aussen} = \frac{\mu_0 * l}{\pi} * \ln\left(\frac{a-r}{r}\right)$$

$$L_{innen} = \frac{\mu_0 * l}{4 * \pi}$$

$$W_{aussen} = \frac{\mu_0 * l}{\pi} * \ln\left(\frac{a-r}{r}\right) * \frac{i^2}{2}$$

$$W_{innen} = \frac{\mu_0 * l * i^2}{8 * \pi} \quad \rightarrow \quad \text{für 2 Leiter}$$

$$W_{total} = \left(\frac{\mu_0 * l}{\pi} * \ln\left(\frac{a-r}{r}\right) * \frac{i^2}{2}\right) + \left(\frac{\mu_0 * l * i^2}{8 * \pi}\right)$$

$$L_{total} = L_{aussen} + L_{innen}$$

Kräfte im Magnetfeld:

$$\text{mech. Energie} = W_m = \int \vec{F} \circ \vec{ds}$$

$$\Delta W_m = \Delta x * F$$

$$\text{el. Energie} = W_{el} = \int w \circ dV$$

$$\Delta W_{el} = w * A * \Delta x = \frac{B^2}{2 * \mu_0 * \mu_r} * A * \Delta x$$

$$\text{Energiesatz}:$$

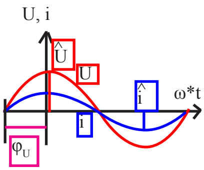
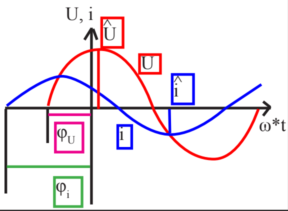
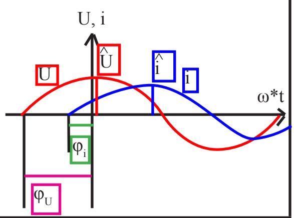
$$\Delta W_m = \Delta W_{el}$$

Wechselstrom :

$$\text{effektive Spannung} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{effektive Stromstärke} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

$$\omega = 2 * \pi * f = \frac{2 * \pi}{T} \qquad T = \frac{1}{f}$$

	Widerstand R	Kondensator C	Spule L
Strom-Spannungs-Beziehung	$i = \frac{U}{R} \quad U = R * I$	$i = C * \frac{du}{dt} \quad U = \frac{1}{C} * \int i * dt$	$i = \frac{1}{L} * \int u * dt \quad U = L * \frac{di}{dt}$
Ursache Erregergrösse x(t)	angelegte Spannung $U(t) = \hat{U} * \sin(É * t + j_U)$		
Wirkung (Strom durch Netz-werkelement)	$i = \frac{\hat{U}}{R} * \sin(É + j_U)$	$i = É * C * \hat{U} * \cos(É * t + j_U)$ $= É * C * \hat{U} * \sin\left(É * t + j_U + \frac{À}{2}\right)$	$i = -\frac{\hat{U}}{É * L} * \cos(É * t + j_U)$ $= \frac{\hat{U}}{É * L} * \sin\left(É * t + j_U - \frac{À}{2}\right)$
Ansatz für Wirkung	$i = \hat{i} * \sin(É * t + j_i)$		
Vergleich Ansatz-Wirkung	Amplitude : $\hat{i} = \frac{\hat{U}}{R}$ Phase : $j_i = j_U$	Amplitude : $\hat{i} = É * C * \hat{U}$ Phase : $j_i = j_U + \frac{À}{2}$	Amplitude : $\hat{i} = \frac{\hat{U}}{É * L}$ Phase : $j_i = j_U - \frac{À}{2}$
Zeitverlauf (LinienDiagramm)			
Aussage	U, i gleiche Phase	i eilt $\frac{À}{2}$ vor	i eilt $\frac{À}{2}$ nach
Scheinwiderstand Z Impetanz (Defnition)	$Z = \frac{\hat{U}}{\hat{i}} = \frac{U}{I} = R$	$Z = \frac{\hat{U}}{\hat{i}} = \frac{1}{É * C} = \lvert X_C \rvert$	$Z = \frac{\hat{U}}{\hat{i}} = É * L = X_L$
Phase φ_Z zwischen Strom und Spannung	$j_Z = j_U - j_i = 0$	$j_Z = j_U - j_i = -\frac{À}{2}$	$j_Z = j_U - j_i = +\frac{À}{2}$
Scheitelwert Y (Definition)	$Y = \frac{1}{G} = \frac{\hat{i}}{\hat{U}} = \frac{i}{U}$	$Y = \frac{\hat{i}}{\hat{U}} = É * C = B_C$	$Y = \frac{\hat{i}}{\hat{U}} = \frac{1}{É * L} = \lvert B_L \rvert$
Phase φ_Y zwischen Strom und Spannung	$j_y = j_i - j_U = 0$	$j_y = j_i - j_U = +\frac{À}{2}$	$j_y = j_i - j_U = -\frac{À}{2}$

Leistung mit Wechselstom :

$$P = i^2 * R = \frac{U^2}{R}$$

$$P(t) = U(t) * i(t)$$

$$\overline{P}_{mittel} = \frac{1}{T} * \int_0^T P(t) * dt = \frac{1}{T} * \int_0^T i^2(t) * R * dt = R * \frac{\hat{i}^2}{2}$$

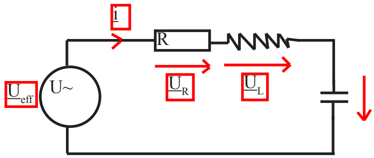
$$R = 4W \qquad L = 3mH \qquad C = \frac{10^{-3}}{6} F \qquad U_{eff} = 100V/0° \qquad w = 1000s^{-1} \qquad f = \frac{500}{p}$$

$$\hat{U} = U_{eff} * \sqrt{2}$$

$$\hat{i} = i_{eff} * \sqrt{2}$$

$$U(t) = \hat{U} * \sin(w * t + j_U)$$

$$i(t) = \hat{i} * \sin(w * t + j_i)$$



$$U(t) = 100 * \sqrt{2} * \sin(w * t)$$

$$\underline{z}_{total} = \underline{z}_R + \underline{z}_L + \underline{z}_C = 4W + j * w * L + \frac{1}{j * w * C}$$

$$\underline{z}_{total} = 4W + j * 3W - 6 * jW = 4W - j * 3W$$

$$\underline{z}_{total} = \sqrt{4^2 + 3^2} * e^{j*\arctan\left(\frac{-3}{4}\right)} = 5 * e^{j*-36.9°}$$

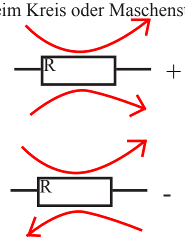
$$\underline{z}_{total} = 5W \,/\, -36.9°$$

$$\underline{i}_{eff} = \frac{\underline{U}_{eff}}{\underline{z}_{total}} = \frac{100V \,/\, 0°}{5W \,/\, -36.9°} = 29A \,/\, +36.9°$$

Spule = j*ω*L

Kond= $-\frac{j}{\omega * C}$

Beim Kreis oder Maschenstromverfahren:

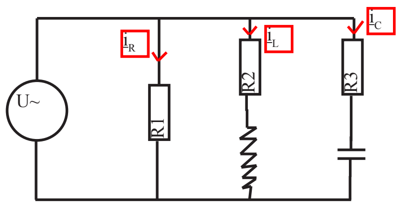


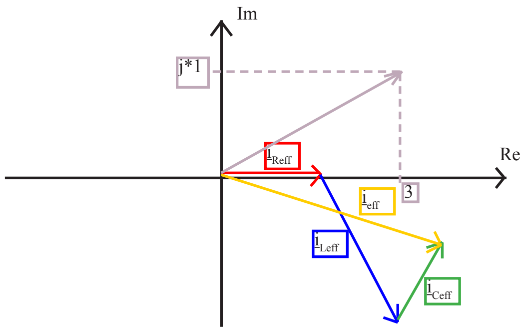
$$i(t) = \sqrt{2} * 20 * \sin(w * t + 36.9°)$$

$$\underline{U}_{Reffektiv} = R * \underline{i}_{eff} = 4W * 20A = 80V$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Leffektiv} &= j * w * L * \underline{i}_{eff} = j * 3W * 20A \,/\, 36.9° \\ &= 3W \,/\, 90° * 20A \,/\, 36.9° \\ &= 60V \,/\, 126.9° \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Ceffektiv} &= \frac{1}{j * w * C} * \underline{i}_{eff} = -j * 6W * 20A \,/\, 36.9° \\ &= 6W \,/\, -90° * 20A \,/\, 36.9° \\ &= 120V \,/\, -53.1° \end{aligned}$$





$R_1 = 10W \qquad R_2 = 3W \qquad R_3 = 8W$

$L = 3mH \qquad C = \frac{10^{-3}}{6} F \qquad U_{eff} = 50V / 0° \qquad w = 1000s^{-1} \qquad f = \frac{500}{p}$

$U(t) = \sqrt{2} * 50V * \sin(w * t)$

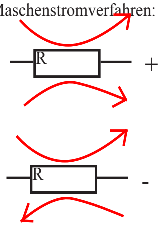
$j * w * L = j * 4$

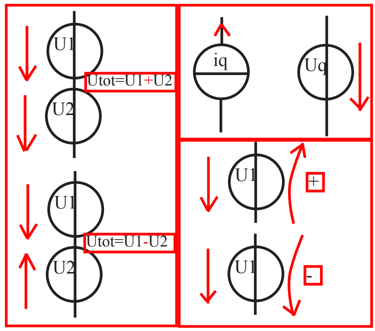
$\frac{1}{j * w * C} = -j * 6$

Spule = j*ω*L

Kond= - $\frac{j}{\omega * C}$

Beim Kreis oder Maschenstromverfahren:





$\underline{i}_{eff} = \underline{i}_{Reff} + \underline{i}_{Leff} + \underline{i}_{Ceff}$

$\underline{i}_{Reff} = \frac{\underline{U}_{eff}}{R_1}$

$\underline{i}_{Leff} = \frac{\underline{U}_{eff}}{R_2 + j * w * L}$

$\underline{i}_{Ceff} = \frac{\underline{U}_{eff}}{R_3 + \frac{1}{j * w * C}}$

$\underline{i}_{eff} = \frac{50V / 0°}{10W / 0°} + \frac{50V / 0°}{3 + j * 4} + \frac{50V / 0°}{8 - j * 6}$

$3 + j * 4 = 5 / 53.1° \qquad 8 - j * 6 = 10 / -36.9°$

$= 5A / 0° \quad + \quad 10A / -53.1° \quad + \quad 5A / 36.9°$

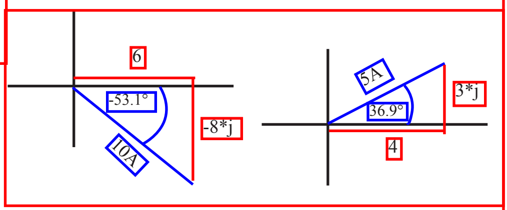
$\left(\frac{e^{0°}}{e^{53.1°}} = e^{-53.1°} \qquad \frac{e^{0°}}{e^{-36.9°}} = e^{36.9°} \right)$

$= 5 + j * 0 \quad + \boxed{6 - j * 8 \quad + \quad 4 + j * 3}$

$= 15 - j * 5A$

$= \sqrt{15^2 + 5^2} A / \arctan\left(\frac{-5}{15}\right)$

$= 15.8A / -18.5°$



$\underline{z} = \frac{\underline{U}_{eff}}{\vec{i}_{eff}} = \frac{50V / 0°}{15.8A / -18.5°} = 3.16W / 18.5°$

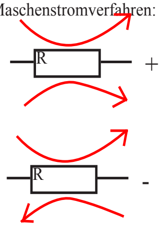
$= 3 + j * 1W$

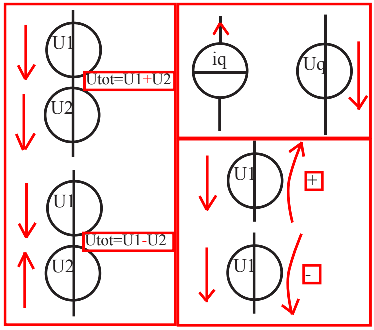
Beispiel Kreis- oder Maschenstromverfahren:

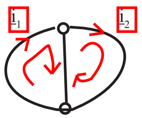
Spule = j*ω*L

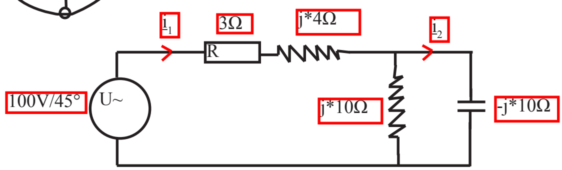
Kond= $-\dfrac{j}{\omega * C}$

Beim Kreis oder Maschenstromverfahren:









$$[R] * i] = U_q] \quad \rightarrow \quad [\underline{z}] * \underline{i}_k] = \underline{U}_q]$$

bei Kondensator :

$$\frac{1}{j * w * C} = \frac{j * 1}{j * j * w * C} = -\frac{j}{w * C}$$

Spannung :

100V/45° in Normalform = 70.7 + j * 70.7

$$\begin{bmatrix} 3 + j*4 + j*10 & -j*10 \\ -j*10 & j10 - j10 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100V/45^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 + j*14 & -10*j \\ -10*j & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70.7 + j*70.7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{i}_1 = 0$ $\quad \dfrac{100V}{10} \;/\; 45^\circ - (-90^\circ) \quad \dfrac{e^{45^\circ}}{e^{-90^\circ}} = e^{45^\circ-(-90^\circ)} = e^{135^\circ}$

$\underline{i}_2 = 10A\,/\,135^\circ$

$$5*x - 3*y + z = 7$$
$$-x + 2*y = 3$$
$$x - y + 2*z = -1$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

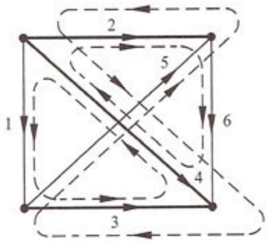
bei komplexem Wechselstrom Einstellungen:

Angel : Degree

Complex Format : Polar

TI – 89 :

rref([3, –3, 1, 7; –1, 2, 0, 3; 1, –1, 2, –1])



— Baumzweige
— Verbindungszweige
– – – Wege der Maschenströme

Mit den beschriebenen Regeln stellen wir das Gleichungssystem für die Maschenströme I_1, I_5 und I_6 auf:

$$\begin{pmatrix} R_1+R_3+R_4 & -R_3-R_4 & R_4 \\ -R_3-R_4 & R_2+R_3+R_4+R_5 & -R_2-R_4 \\ R_4 & -R_2-R_4 & R_2+R_4+R_6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_{q1} \\ 0 \\ -U_{q6} \end{pmatrix}$$

Nach dem Einsetzen der Zahlenwerte berechnen wir die Maschenströme:

$I_1 = -229{,}4\ \text{mA}$

$I_5 = -87{,}13\ \text{mA}$

$I_6 = 22{,}48\ \text{mA}$

Die Gleichungen zur Berechnung der übrigen Zweigströme finden wir mit Hilfe der in den Graph eingezeichneten Zweigströme:

$I_2 = I_6 - I_5 = 109{,}6\ \text{mA}$

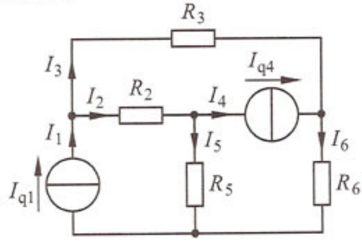
$I_3 = I_1 - I_5 = -142{,}3\ \text{mA}$

$I_4 = -I_1 + I_5 - I_6 = 119{,}8\ \text{mA}$

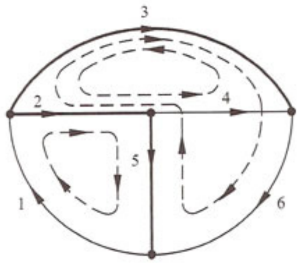
5.4.2 Behandlung idealer Stromquellen

Für ein Netz mit idealen unabhängigen Stromquellen wählen wir den vollständigen Baum zweckmäßig so, dass jede Stromquelle in einem Verbindungszweig liegt; dadurch wird die Anzahl der Gleichungen verringert.

Beispiel 5.13
Wir wollen die Maschenströme der Schaltung berechnen.



Im Graph der Schaltung wählen wir die Zweige, die ideale Stromquellen enthalten, als Verbindungszweige und führen z. B. den vollständigen Baum über die Zweige 2, 3 und 5.



— Baumzweige
— Verbindungszweige
– – – Wege der Maschenströme

Durch die vorgegebenen Stromquellen sind die Maschenströme $I_1 = I_{q1}$ und $I_4 = I_{q4}$ bekannt. Das Gleichungssystem besteht nur noch aus der Gleichung für die Masche 6, die über die Baumzweige 5, 2 und 3 geführt ist.

$$\begin{pmatrix} -R_2-R_5 & -R_2-R_3 & R_2+R_3+R_5+R_6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_4 \\ I_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

Mit $I_1 = I_{q1}$ und $I_4 = I_{q4}$ ergibt sich:

$$I_6 = \frac{(R_2+R_5)I_{q1} + (R_2+R_3)I_{q4}}{R_2+R_3+R_5+R_6}$$

5.4.3 Behandlung gesteuerter Quellen

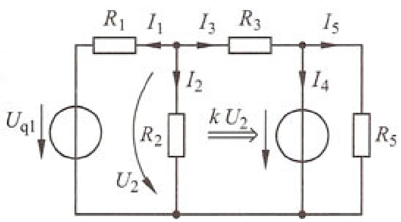
Bei einer stromgesteuerten Spannungsquelle ist die Quellenspannung von einem Zweigstrom abhängig. Sie kann wie eine unabhängige Spannungsquelle im Gleichungssystem des Maschenstromverfahrens berücksichtigt werden.

Sind im Netzwerk außer stromgesteuerten Spannungsquellen noch andere abhängige Quellen vorhanden, so werden diese, wenn möglich, in stromgesteuerte Spannungsquellen umgewandelt.

Die Umwandlung einer Spannungssteuerung in eine Stromsteuerung ist mit Hilfe einer Zweiggleichung oder einer Maschengleichung in jedem Fall möglich.

Die Umwandlung einer gesteuerten Stromquelle ist nur dann möglich, wenn die Stromquelle einen Innenleitwert $G_i > 0$ aufweist. Bei einer idealen gesteuerten Stromquelle können wir wie bei einer idealen unabhängigen Stromquelle vorgehen und erhalten ein Gleichungssystem mit verringerter Gleichungszahl.

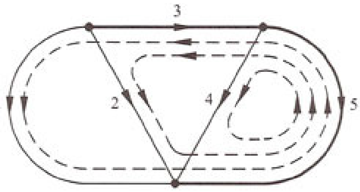
Beispiel 5.14
Wir wollen das Gleichungssystem des Maschenstromverfahrens für die Schaltung mit der gesteuerten Quelle angeben.



Zuerst wandeln wir die spannungsgesteuerte in eine stromgesteuerte Quelle um:

$$k\,U_2 = k\,R_2\,I_2 = z\,I_2$$

Dann zeichnen wir den Graph der Schaltung und wählen in diesem einen vollständigen Baum.



Baumzweige
Verbindungszweige
Wege der Maschenströme

Bei der Aufstellung des Gleichungssystems behandeln wir die gesteuerte Quelle im Zweig 4 wie eine ideale Spannungsquelle, d.h wir tragen die Spannung $z\,I_2$ auf der rechten Seite des Gleichungssystems ein.

$$\begin{bmatrix} R_1+R_3+R_5 & R_3+R_5 & R_5 \\ R_3+R_5 & R_2+R_3+R_5 & R_5 \\ R_5 & R_5 & R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{q1} \\ 0 \\ -z\,I_2 \end{bmatrix}$$

Wir bringen den Strom I_2 auf die linke Seite:

$$\begin{bmatrix} R_1+R_3+R_5 & R_3+R_5 & R_5 \\ R_3+R_5 & R_2+R_3+R_5 & R_5 \\ R_5 & R_5+z & R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{q1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fragen

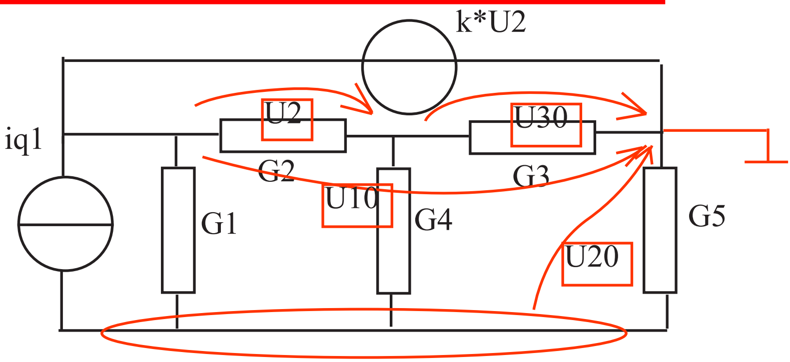
- Welche Größen sind die Unbekannten des linearen Gleichungssystems beim Maschenstromverfahren?
- Warum werden beim Maschenstromverfahren die Leitwerte des Netzes in Widerstände und die Stromquellen in Spannungsquellen umgewandelt?
- Erläutern Sie, wie ideale unabhängige Stromquellen beim Maschenstromverfahren behandelt werden.

Aufgaben

5.8(2) Lösen Sie die Aufgabe 5.1 mit dem Maschenstromverfahren.

5.9(2) Geben Sie das Gleichungssystem des Maschenstromverfahrens für die Schaltungen der Aufgaben 5.2, 5.3 und 5.4 an.

Knotenpotential Verfahren:



$$\begin{bmatrix} G_1+G_2(+G_i) & -G_1 & -G_2 \\ -G_1 & G_1+G_4+G_5 & -G_4 \\ -G_2 & -G_4 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{matrix} iq_1(+iq_2) \\ -iq_1 \\ 0 \end{matrix}$$

$k*U_2 = U_{10}$ **gesteuerte Quelle**

$$U_2 = U_{10} - U_{30}$$

$$\begin{bmatrix} -G_1 & G_1+G_4+G_5 & -G_4 \\ -G_2 & -G_4 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{bmatrix} = \begin{matrix} -iq_1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_4+G_5 & -G_4 \\ -G_4 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{matrix} -iq_1+G_1*U_{10} \\ 0+G_2*U_{10} \end{matrix}$$

$$k*U_2 = U_{10} = k*(U_{10}-U_{30})$$

$$U_{10} - k*U_{10} = -k*U_{30} = U_{10}*(1-k)$$

$$U_{10} = \frac{-k}{(1-k)}*U_{30} = \frac{k}{k-1}U_{30}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_4+G_5 & -G_4-\left(\frac{k}{k-1}*G_1\right) \\ -G_4 & G_3+G_4+G_2*\left(1-\frac{k}{k-1}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{matrix} -iq_1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2+G_3+G_5 & -G_5 \\ 0 & -G_5 & G_5+G_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{q1} - I_{q4} \\ 0 \\ I_{q4} \end{bmatrix}$$

Wir kontrollieren die Matrix mit der Regel d) und setzen die Zahlenwerte ein:

$$\begin{bmatrix} 0{,}07 & -0{,}02 & 0 \\ -0{,}02 & 0{,}038 & -0{,}008 \\ 0 & -0{,}008 & 0{,}028 \end{bmatrix} \mathrm{S} \cdot \begin{bmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}4\ \mathrm{A} \\ 0 \\ 0{,}2\ \mathrm{A} \end{bmatrix}$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems lautet:

$U_{1,0} = U_1 = 7{,}347\ \mathrm{V}$; $\quad U_{2,0} = U_3 = 5{,}714\ \mathrm{V}$

$U_{3,0} = U_6 = 8{,}776\ \mathrm{V}$

Nun berechnen wir diejenigen Zweigspannungen, die nicht mit Knotenspannungen übereinstimmen:

$U_2 = U_{1,0} - U_{2,0} = 1{,}633\ \mathrm{V}$

$U_4 = U_{1,0} - U_{3,0} = -1{,}429\ \mathrm{V}$

$U_5 = U_{2,0} - U_{3,0} = -3{,}062\ \mathrm{V}$

Für die Zweigströme ergibt sich:

$I_1 = G_1\,(U_1 - U_{q1}) = -232{,}7\ \mathrm{mA}$

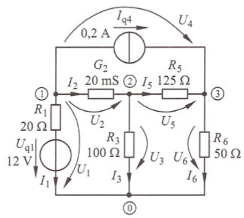
$I_2 = G_2\,U_2 = 32{,}7\ \mathrm{mA}$

$I_3 = G_3\,U_3 = 57{,}1\ \mathrm{mA}$

$I_5 = G_5\,U_5 = -24{,}5\ \mathrm{mA}$

$I_6 = G_6\,U_6 = 175{,}5\ \mathrm{mA}$

Beispiel 5.5
Wir wollen die Zweigspannungen und -ströme mit dem Knotenpotenzialverfahren berechnen.



Zunächst wandeln wir die lineare Spannungsquelle in eine lineare Stromquelle um:

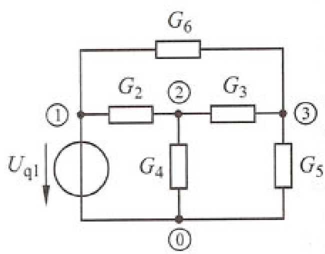
$G_1 = 50\ \mathrm{mS}$; $\quad I_{q1} = G_1\,U_{q1} = 0{,}6\ \mathrm{A}$

Wir wählen den Knoten 0 als Bezugsknoten und stellen das Gleichungssystem auf.

5.3.2 Behandlung idealer Spannungsquellen

Beim Knotenpotenzialverfahren ermöglicht jede ideale unabhängige Spannungsquelle eine Reduktion des Gleichungssystems um eine Gleichung. Ist nur *eine* ideale Spannungsquelle im Netz vorhanden, so wählen wir zweckmäßig einen der beiden Knoten, zwischen denen die Quelle liegt, als Bezugsknoten und bringen die bekannte Quellenspannung als Knotenspannung in das Gleichungssystem ein. Dieses Verfahren lässt sich auch dann anwenden, wenn mehrere ideale Spannungsquellen an einem *gemeinsamen* Knoten liegen.

Beispiel 5.6
In der Schaltung liegt eine ideale unabhängige Spannungsquelle zwischen den Knoten 1 und 0; es ist also die Knotenspannung $U_{1,0} = U_{q1}$ bekannt. Wir wollen das Gleichungssystem des Knotenpotenzialverfahrens aufstellen.



Zunächst wählen wir den Knoten 0 als Bezugsknoten und stellen das Gleichungssystem

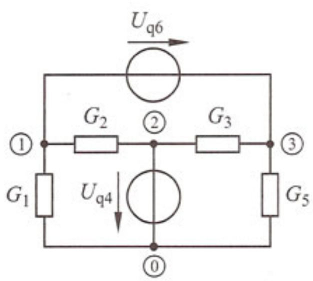
$$\begin{array}{c} \\ ② \\ ③ \end{array} \begin{array}{ccc} ① & ② & ③ \\ \begin{bmatrix} -G_2 & G_2+G_3+G_4 & -G_3 \\ -G_6 & -G_3 & G_3+G_5+G_6 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

auf, wobei wir die Zeile für den Knoten 1 weglassen, da wir die Knotenspannung $U_{1,0} = U_{q1}$ bereits kennen. In den übrigen Zeilen multiplizieren wir die Elemente der Spalte 1 mit U_{q1} und bringen das Ergebnis auf die rechte Seite des Gleichungssystems.

$$\begin{bmatrix} G_2+G_3+G_4 & -G_3 \\ -G_3 & G_3+G_5+G_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_2 U_{q1} \\ G_6 U_{q1} \end{bmatrix}$$

Sind in mehr als einem Zweig ideale Spannungsquellen vorhanden und haben diese *keinen* gemeinsamen Knoten, so kann das beschriebene Verfahren nur bei einer Quelle angewendet werden. Jede weitere ideale Spannungsquelle ersetzen wir durch einen unbekannten Leitwert, den wir dadurch aus dem Gleichungssystem entfernen, dass wir die beiden Zeilen addieren, in denen dieser Leitwert vorkommt. In das so reduzierte Gleichungssystem fügen wir die bekannten Quellenspannungen ein.

Beispiel 5.7
Wir wollen das Gleichungssystem des Knotenpotenzialverfahrens für die Schaltung, in der sich zwei unabhängige ideale Spannungsquellen befinden, aufstellen und lösen.



Zunächst wählen wir den Knoten 0 als Bezugsknoten. Beim Aufstellen des Gleichungssystems lassen wir, wie bereits beschrieben, die Zeile 2 weg und ersetzen die Quelle mit der Quellenspannung U_{q6} durch einen unbekannten Leitwert G_u.

$$\begin{array}{c} \\ ① \\ ③ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} ① & ② & ③ \end{array} \\ \begin{bmatrix} G_1+G_2+G_u & -G_2 & -G_u \\ -G_u & -G_3 & G_3+G_5+G_u \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Addiert man beide Zeilen des Gleichungssystems, so entfällt der unbekannte Leitwert.

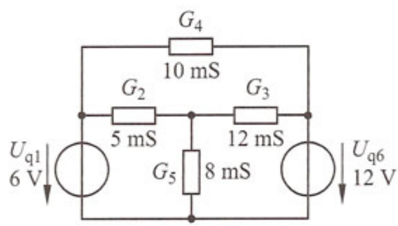
$$\begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2-G_3 & G_3+G_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Nach dem Einsetzen der Knotenspannungen $U_{2,0} = U_{q4}$ und $U_{3,0} = U_{1,0} - U_{q6}$ bleibt nur noch eine Gleichung für $U_{1,0}$ übrig:

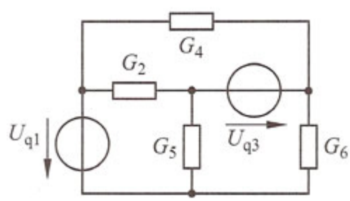
$$U_{1,0} = \frac{(G_2+G_3)\,U_{q4} + (G_3+G_5)\,U_{q6}}{G_1+G_2+G_3+G_5}$$

Aufgaben

5.1(1) Berechnen Sie sämtliche Ströme mit Hilfe des Knotenpotenzialverfahrens.



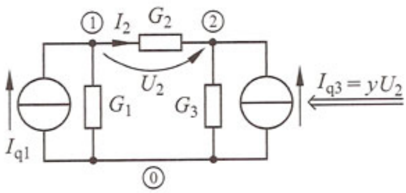
5.2(2) Geben Sie das Gleichungssystem des Knotenpotenzialverfahrens an.



5.3.3 Behandlung gesteuerter Quellen

Bei einer spannungsgesteuerten Stromquelle ist der Quellenstrom von einer Spannung abhängig. Eine derartige Quelle lässt sich mit dem Knotenpotenzialverfahren bearbeiten, da die Steuergröße als Differenz zweier Knotenspannungen in das Gleichungssystem eingefügt werden kann.

Beispiel 5.8
In der Schaltung liegt eine spannungsgesteuerte Stromquelle zwischen den Knoten 2 und 0. Wir wollen das Gleichungssystem für die Knotenspannungen aufstellen.



Zunächst wählen wir den Knoten 0 als Bezugsknoten und stellen das Gleichungssystem in der gewohnten Weise auf; dabei behandeln wir die gesteuerte Stromquelle wie eine unabhängige Stromquelle.

$$\begin{array}{c|cc|} & 1 & 2 \\ \hline 1 & G_1+G_2 & -G_2 \\ 2 & -G_2 & G_2+G_3 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{bmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{q1} \\ I_{q3} \end{bmatrix}$$

Die Stromstärke I_{q3} ist von der Spannung U_2 abhängig:

$$I_{q3} = y\,U_2 = y\,(U_{1,0} - U_{2,0})$$

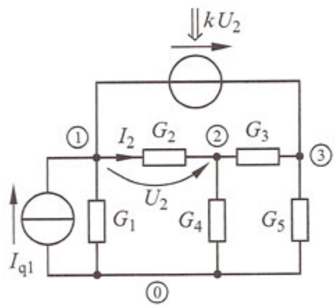
Wir setzen diesen Ausdruck für den Quellenstrom in das Gleichungssystem ein und bringen die von den Knotenspannungen abhängigen Ausdrücke auf die linke Seite:

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2 \\ -G_2-y & G_2+G_3+y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{q1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sind im Netzwerk außer spannungsgesteuerten Stromquellen noch andere abhängige Quellen vorhanden, so werden diese, wenn möglich, in spannungsgesteuerte Stromquellen umgewandelt. Die Umwandlung einer Stromsteuerung in eine Spannungssteuerung ist in jedem Fall möglich, weil ein Steuerstrom stets auch ein Zweigstrom ist, der mit Hilfe der Zweiggleichung auf die Zweigspannung zurückgeführt werden kann.

Die Umwandlung einer gesteuerten Spannungsquelle ist nur dann möglich, wenn die Spannungsquelle einen Innenwiderstand $R_i > 0$ aufweist. Bei einer idealen gesteuerten Spannungsquelle können wir wie bei einer idealen unabhängigen Spannungsquelle vorgehen und erhalten ein Gleichungssystem mit verringerter Anzahl der Gleichungen.

Beispiel 5.9
Wir wollen für die Schaltung das Gleichungssystem des Knotenpotenzialverfahrens angeben.



Da in der Schaltung nur *eine* ideale gesteuerte Spannungsquelle enthalten ist, wählen wir einen ihrer Pole, z. B. den Knoten 1, als Bezugsknoten. Zunächst behandeln wir die abhängige Spannungsquelle wie eine unabhängige und stellen das Gleichungssystem auf.

$$\begin{array}{c|ccc|} & 2 & 3 & 0 \\ \hline 2 & G_2+G_3+G_4 & -G_3 & -G_4 \\ 0 & -G_4 & -G_5 & G_1+G_4+G_5 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{bmatrix} U_{2,1} \\ U_{3,1} \\ U_{0,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_{q1} \end{bmatrix}$$

$$\text{Divergenz div}\left(\text{Volumen drchgescannt } \lim_{v®¥}\text{, hat Raum Quellen oder Senken}\right): \frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\text{Gradient grad}\left(\text{Richtung der grössten Änderung}\right): \begin{pmatrix}\frac{\partial f}{\partial x}\\ \frac{\partial f}{\partial y}\\ \frac{\partial f}{\partial z}\end{pmatrix}$$

$$\text{Rotation rot}\left(\text{Fläche zu } \lim_{A®0}\right): \begin{pmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\\ \frac{\partial}{\partial y}\\ \frac{\partial}{\partial z}\end{pmatrix} x \begin{pmatrix}f_x\\ f_y\\ f_z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{\partial f_z}{\partial y}-\frac{\partial f_y}{\partial z}\\ \frac{\partial f_x}{\partial z}-\frac{\partial f_z}{\partial x}\\ \frac{\partial f_y}{\partial x}-\frac{\partial f_x}{\partial y}\end{pmatrix}$$

Maxwell-Gleichungen in Integral-Form:

$$\oint \vec{D}°\overrightarrow{dA}=0 \qquad \oint \vec{B}°\overrightarrow{dA}=0$$

$$\int \vec{H}°\overrightarrow{ds}=\int\left(\vec{s}+\frac{d\vec{D}}{dt}\right)*\overrightarrow{dA}$$

$$U_{ind}=\frac{d}{dt}*\int \vec{B}°\overrightarrow{dA}$$

$$U_{ind}=-\int \vec{E}°\overrightarrow{ds}=\frac{dF}{dt} \qquad (\text{Quelle})$$

$$\vec{E}=r*\vec{S}$$

$$\int \vec{E}°\overrightarrow{ds}=\int\left(-\frac{d\vec{B}}{dt}\right)*\overrightarrow{dA}$$

Maxwell-Gleichungen in Differential-Form:

$$\text{div }\vec{D}=r \qquad \text{div }\vec{B}=0$$

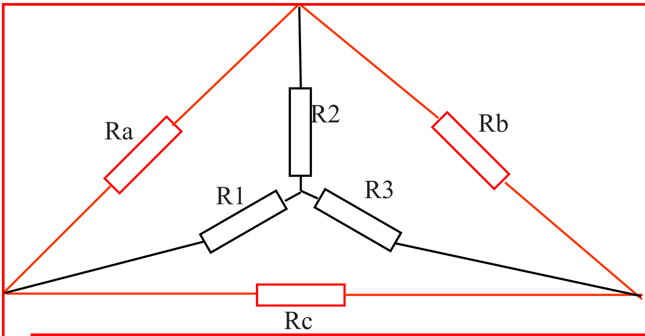
$$\text{rot }\vec{H}=\vec{S}+\frac{d\vec{D}}{dt}$$

$$\text{rot }\vec{E}=\frac{-d\vec{B}}{dt}$$

$$\vec{B}=m_0*m_r*\vec{H} \qquad \vec{E}=e_0*e_r*\vec{E}$$

$$\vec{E}_0=\vec{v}*\vec{B}_0$$

$$\vec{B}_0=\vec{E}_0*\vec{v}*m_0*e_0$$



Stern – Dreieck:

$$\frac{\textbf{Produkt der Nachbarwid.}}{\textbf{dritter Widerstand}} + \textbf{beide Nachbarwid.}$$

$$Ra = \frac{R1 * R2}{R3} + R1 + R2$$

$$Rb = \frac{R2 * R3}{R1} + R2 + R3$$

$$Rc = \frac{R1 * R3}{R2} + R1 + R3$$

Dreieck – Stern:

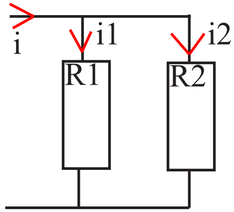
$$\frac{\textbf{Produkt der Nachbarwiderstände}}{\textbf{Gesamtwiderstand}}$$

$$R1 = \frac{Ra * Rc}{Ra + Rb + Rc}$$

$$R2 = \frac{Ra * Rb}{Ra + Rb + Rc}$$

$$R3 = \frac{Rb * Rc}{Ra + Rb + Rc}$$

Der Stromteiler:



$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{U * G_1}{U * G_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{i_2}{i} = \frac{U * G_2}{U * (G_1 + G_2)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Möglichkeiten der Netzwerkanalyse:

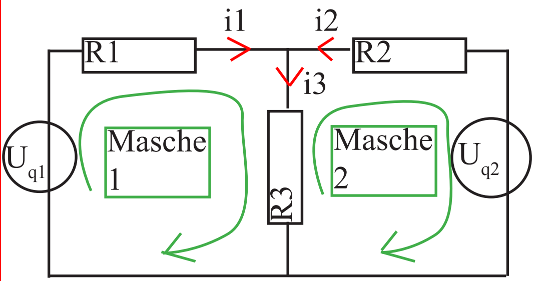
charakteristische Gleichung U=funktion(i)   U=R*i

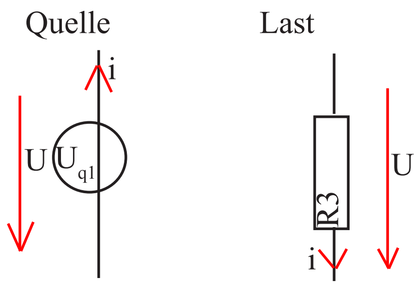
Knotensatz: $\sum i_{knoten} = 0$ **(alle Ströme an einem Knoten =0)**

Maschensatz: $\sum U_{Masche} = 0$ **(alle Spannungen einer Masche = 0)**

Superpositionssatz (nur für lineare Netzwerke)

Stern-Dreieckschaltung





Knotensatz : $i1 + i2 + i3 = 0$

Maschensatz : $U_{q1} + U_{R1} + U_{R2} = 0$

$U_{q2} + U_{R2} + U_{R3} = 0$

Superposition:

Bei mehreren Quellen können die von einer Quelle erzeugten Ströme einzeln berechnet und zu den Strömen der anderen Quelle summiert werden.

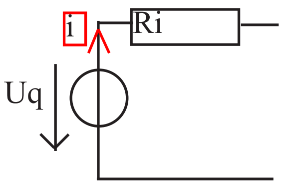
Wichtig: Vorzeichen!!!

$$\mathbf{R_1 * i_1 + R_3 * i_3 = Uq_1}$$

$$\mathbf{R_2 * i_2 + R_3 * i_3 = Uq_2}$$

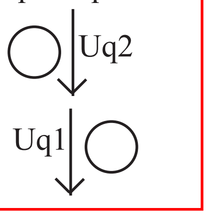
$$\mathbf{i_1 + i_2 - i_3 = 0}$$

Spannungquelle:

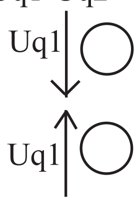


Uq=Ri*i

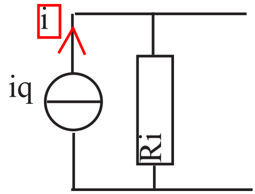
Uq1+Uq2



Uq1-Uq2

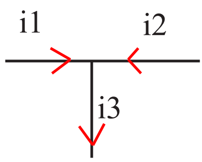


Stromquelle:

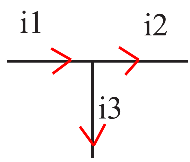


Uq=Ri*i

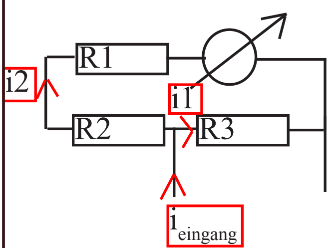
i3=i1+i2



i3=i1-i2

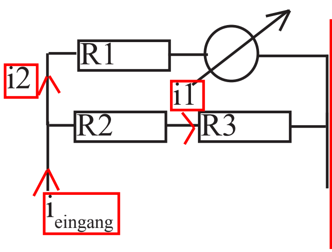


Messbrücken && Spannungsteiler:



$$\frac{\mathbf{i_1}}{\mathbf{i_2}} = \frac{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_3}}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_1} + \mathbf{R_2}}}$$

$$\mathbf{i_{eingang}} = \mathbf{i_1} + \mathbf{i_2}$$



$$\frac{\mathbf{i_1}}{\mathbf{i_2}} = \frac{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_2} + \mathbf{R_3}}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_1}}}$$

$$\mathbf{i_{eingang}} = \mathbf{i_1} + \mathbf{i_2}$$

Superpositionsprinzip:
-nur eine Quelle mit allen Widerständen beachten, andere Quellen ausklinken.
Bei Uq:
-R total berechnen, dann i_{total}=Uq/R_{total} $U_{Schaltung}$=$Uq-Ri*i_{total}$ i1=$U_{Schaltung}/R_{gesucht}$
-Bei Iq:
-R total berechnen, dann U=Rtotal*Iq   i2=$U/R_{gesucht}$
-i_{total}=i1+i2 oder i_{total}=i1-i2

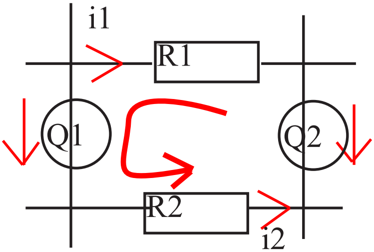
Knotengleichungen (Kirchhoffsche Regel):

-In einem Knoten ist die Summe aller Ströme jederzeit gleich 0

-Die Summe aller Einfliessenden und Ausfliessenden Strömen ist gleich 0

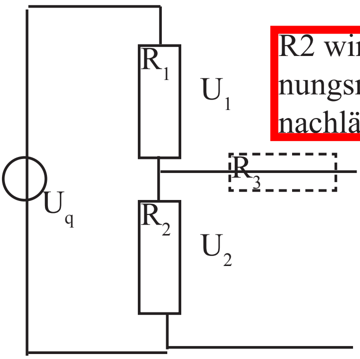
-ACHTUNG : Stromrichtung beachten

Die Masche:



Q1+R2*i2-i1*R1-Q2

Das Potentiometer (der Spannungsteiler):



R2 wird bei der Spannungsmesung vernachlässigt!!!!!!!

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

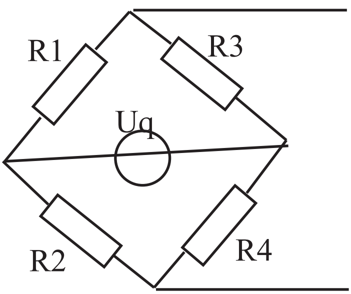
$$\frac{U_1}{U_q} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_1}{R_{total}}$$

$\mathbf{x = Schleifstellung\ 0\text{-}1}$

$$R_2 = x * R_{total}$$

$$R_i = x * (1 - x) * R_{total}$$

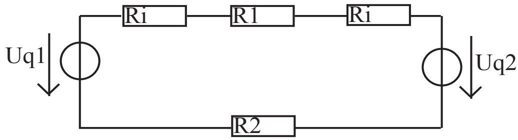
$$R_2 = x * R_{total}$$

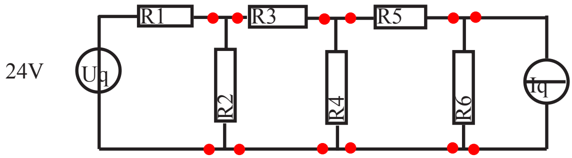


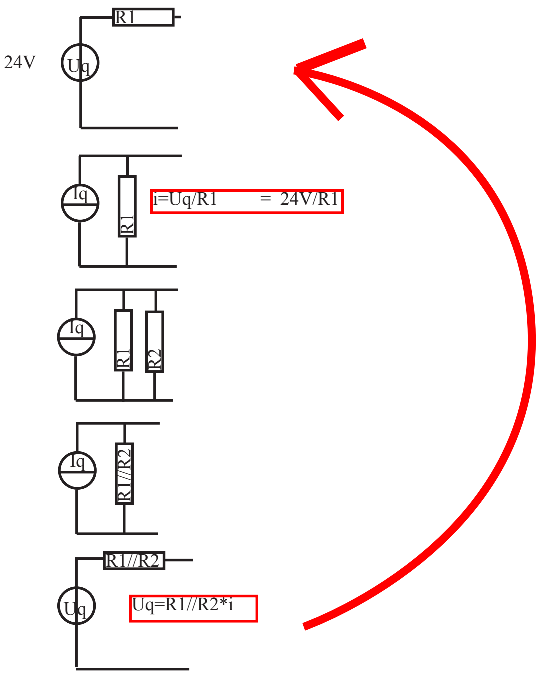
$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_1 + R_3}$$

$$R_i = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_4}$$

-Strom oder Spannungsquellen umwandeln. immer wieder neuer Innenwiderstand dazurechnen.
-ÄNDERUNGEN: falls Ri ändert, ändert auch die Quellengrösse (V oder I).
-ACHTUNG: nur ein Widerstand als Ri verwenden,
-Nach Quellwandlung itotal mit Geamtwiderstand neu berechnen.
-Nach jeder Umwandlng kann ein Wderstand dazugenommen werden, dann Quellengösse neu bestimmen!!!!!!!!
-Ändern bis ungefähr folgendes Bild:







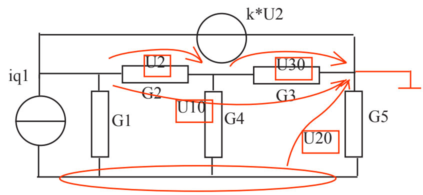
Knotenspannungsverfahren:

-Knotenpotential = Spannung zwischen einem Knoten und einem gemeinsamen Nullpunkt (Bezugspunkt)

-Knotengleichungen zuziehen

-für Widerstände Simens(S) verwenden (Kehrwert von Ohm (1/R))

-G*U=i oder 1/R * U=i



$$\begin{bmatrix} G_1+G_2(+G_i) & -G_1 & -G_2 \\ -G_1 & G_1+G_4+G_5 & -G_4 \\ -G_2 & -G_4 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{matrix} iq_1(+iq_2) \\ -iq_1 \\ 0 \end{matrix}$$

$k * U_2 = U_{10}$ gesteuerte Quelle

$$U_2 = U_{10} - U_{30}$$

$$\begin{bmatrix} -G_1 & G_1+G_4+G_5 & -G_4 \\ -G_2 & -G_4 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{bmatrix} = \begin{matrix} -iq_1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_4+G_5 & -G_4 \\ -G_4 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{matrix} -iq_1 + G_1 * U_{10} \\ 0 + G_2 * U_{10} \end{matrix}$$

$$k * U_2 = U_{10} = k * (U_{10} - U_{30})$$

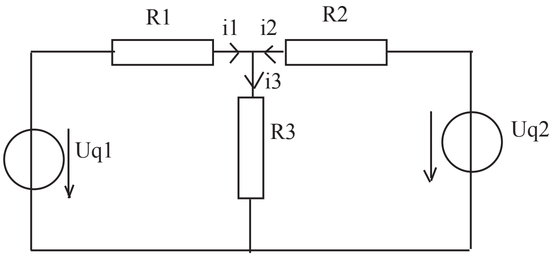
$$U_{10} - k * U_{10} = -k * U_{30} = U_{10} * (1-k)$$

$$U_{10} = \frac{-k}{(1-k)} * U_{30} = \frac{k}{k-1} U_{30}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_4+G_5 & -G_4 - \left(\frac{k}{k-1} * G_1\right) \\ -G_4 & G_3+G_4+G_2 * \left(1 - \frac{k}{k-1}\right) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{matrix} -iq_1 \\ 0 \end{matrix}$$

Superposition oder Überlagerungssatz:

In einem Netzwerk mit mehreren Quellen können die von einer Quelle erzeugeten Ströme einzeln berechnet un zu den Strömen der anderen Quellen summiert werden.

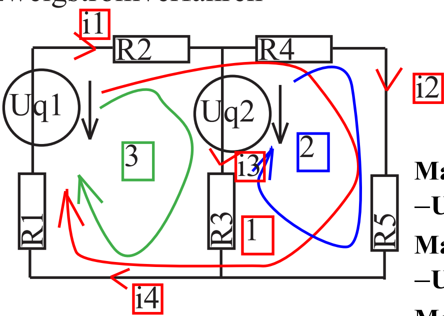


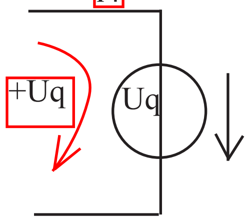
$$1: \quad R_1 * i_1 + R_3 * i_3 = Uq1$$
$$2: \quad R_2 * i_2 + R_3 * i_3 = Uq2$$
$$3: \quad i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

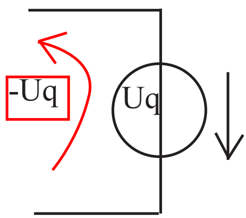
3 in 1 und 2: $\quad i_3 = i_1 + i_2$

$$R_1 * i_1 + R_3 * i_1 + R_3 * i_2 = Uq1$$
$$R_2 * i_2 + R_3 * i_1 + R_3 * i_2 = Uq2$$

Zweigstromverfahren







Masche 1:

$$-U_{q1} + R_2 * i_1 + R_4 * i_2 + R_5 * i_2 + R_1 * i_4 = 0$$

Masche 2:

$$-U_{q2} + R_4 * i_2 + R_5 * i_2 + R_3 * i_3 = 0$$

Masche 3:

$$-U_{q1} + R_2 * i_1 + R_3 * i_3 + R_1 * i_4 + U_{q2} = 0$$

Knotengleichungen:

$$i_3 = i_1 - i_2$$

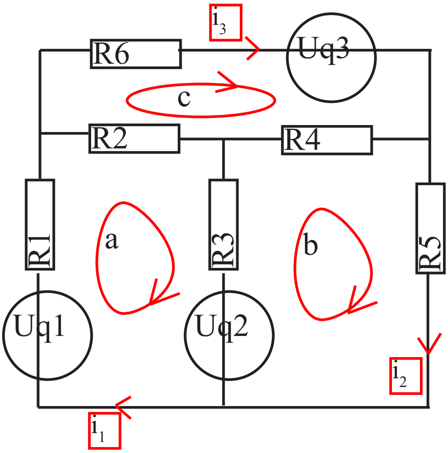
$i_4 = i_3 + i_2$ **-> wird nicht verwendet, da 3 Maschen**

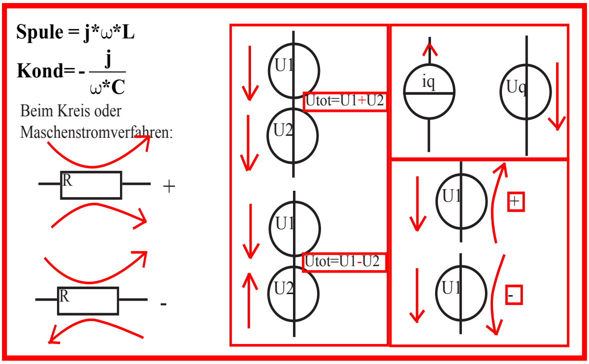
Machengleichungen + Knotengleichungen in Matrize:

$$\begin{bmatrix} R_2 & R_4 + R_5 & 0 & R_1 \\ 0 & R_4 + R_5 & R_3 & 0 \\ R_2 & 0 & R_3 & R_1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{matrix} U_{q1} \\ U_{q2} \\ U_{q1} - U_{q2} \\ 0 \end{matrix}$$

Kreis- oder Maschenstromverfahren:

-Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist immer 0
-Knotengleichungen werden hinzugezogen
-Innere Ströme eventuell durch Gleichung der Äusseren Ströme ausdrücken (i2=i1-i6)
-Falls Quellen vorkommen, in die Gleichung reinnehmen ACHTNG:+ oder -
-Gleichungen etwa: Rn*in=Uq
-Nebenplätze von angrenzenden Maschen minus





innere Ströme durch äussere ausdrücken!!

$$[R]*[\text{Sehnenströme}] = U_q]$$

a) $R_1 * i_1 + R_2 * (i_1 - i_6) + R_3 * (i_1 - i_5) = U_{q1} - U$

b) $-R_3 * (i_1 - i_5) + R_4 * (i_5 - i_6) + R_5 * i_5 = U_{q2}$

c) $-R_2 * (i_1 - i_6) + i_6 * R_6 - R_4 * (i_5 - i_6) = U_{q3}$

a) $(R_1 + R_2 + R_3) * i_1 - R_3 * i_5 - R_2 * i_6 = U_{q1} - U_{q2}$

b) $-R_3 * i_1 + (R_3 + R_4 + R_5) * i_5 - R_4 * i_6 = U_{q2}$

c) $-R_2 * i_1 - R_4 * i_5 + (R_2 + R_4 + R_6) * i_6 = U_{q3}$

Matrix :

$$\begin{bmatrix} (R_1 + R_2 + R_3) & -R_3 & -R_2 \\ -R_3 & (R_3 + R_4 + R_5) & -R_4 \\ -R_2 & -R_4 & (R_2 + R_4 + R_6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{q1} - U_{q2} \\ U_{q2} \\ U_{q3} \end{bmatrix}$$

$5 * x - 3 * y + z = 7$
$-x + 2 * y = 3$
$x - y + 2 * z = -1$

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

bei komplexem Wechselstrom Einstellungen:

Angel : Degree
Complex Format : Polar

TI – 89 :
rref([3, –3, 1, 7; –1, 2, 0, 3; 1, –1, 2, –1])