

# Steuerungs- und Regelungstechnik I

## SKRIPT und PRAKTIKUMSANLEITUNG

Prof. Dr. Alfred Karbach

Fachhochschule Giessen-Friedberg

Fachbereich Energie- und Wärmetechnik

Fachgebiet EMSR Automation

Studiengang: Energiesystemtechnik

Studiengang: Technische Gebäudeausrüstung

Grundlagen der Regelungstechnik

---

Vorwort:

Die Steuerungs- und Regelungstechnik bildet zusammen mit der Messtechnik die Grundlage für die Betriebsführung von Anlagen im energietechnischen Bereich.

Die Abkürzung E M S R steht für Elektrotechnik-Messtechnik-Steuerungstechnik-Regelungstechnik.

Insgesamt spricht man von Einrichtungen zur Automation oder von Automatisierungstechnik. Die Grundlage dafür bilden die Verfahren der Regelung und Steuerung. Die Anwendung dieser Verfahren im Rahmen von größeren Automatisierungssystemen ist Thema für die Vorlesung Steuerungs- und Regelungstechnik II. In der Veranstaltung Steuerungs- und Regelungstechnik I werden die Grundlagen vermittelt.

In der Regelungstechnik hat man zeitabhängige und rückgekoppelte Vorgänge zu betrachten. Das Gleiche gilt für alle komplexen Probleme im Umweltbereich, beispielsweise die Aufheizung der Erde durch steigende CO<sub>2</sub>-Konzentrationen (Treibhauseffekt). Auch dort gibt es Regelungseffekte, beispielsweise vermehrtes Pflanzenwachstum oder eine zunehmende Aufnahme von Kohlendioxid ins Meer. Die Betrachtungen der Regelungstechnik führen also zum Systemdenken und zum vernetzten Denken und sind von daher bei vielen Problemen sehr nützlich.

Die Thematik der Regelungstechnik fällt typischerweise beim Einstieg nicht ganz leicht, da man sich an eine neue Denkweise gewöhnen muss. Um den Einstieg zu erleichtern, sind im Anhang 2 die wichtigsten Begriffe aufgeführt und es wurde der Versuch gemacht, diese so weit wie möglich anschaulich ohne Mathematik zu erklären. Es wird empfohlen, beim Einstieg in die Vorlesung und auch im Verlauf sich diese Begrifflichkeiten immer wieder vor Augen zu führen. Das erleichtert das Verständnis.

Voraussetzung für diese Lehrveranstaltung sind die Themen der Mathematik, der Strömungslehre, der Thermodynamik und der Energiewandlung I und der Messtechnik.

Begleitend zur Vorlesung und im Praktikum werden Simulationen von Regelsystemen durchgeführt und Aufgabenstellungen mit Anlagendaten bearbeitet. Dies dient dazu, den gesamten Stoff anschaulich zu machen und ihn sich durch eigenes Erarbeiten einzuverleiben.

Mit Hilfe der zu Verfügung gestellten Programme lassen sich alle Aufgabenstellungen aus der Vorlesung und auch die Klausuraufgaben bei der Vorbereitung rechnen.

Das ganze Fach ist natürlich eine todernste Geschichte, die immens viel Mathematik erfordert (☺) und von den meisten Ingenieuren zutiefst gefürchtet wird. Wenn Sie aber den folgenden Witz verstehen, dann brauchen Sie keine Angst zu haben und müssen sich nur ab und zu begleitend zur Vorlesung ein Kapitel aus der Mathematik noch mal kurz reinziehen, ansonsten sollten Sie noch mal tiefer reinschauen. Also der Test:

*Eine männliche selbstbewusste Funktion tritt in eine Bar („zum Hilbertraum“) und will gleich an die Theke neben eine dort stehende schöne Sinusfunktion treten, um diese in ein kurvenreiches Gespräch zu verwickeln und Sie dann vielleicht zu (?) zeichnen oder sogar sich mit ihr zu integrieren. Allerdings sind die Plätze neben der Schönen alle besetzt (von anderen Funktionen).*

*Da spricht er die Funktion links neben der Schönen an und sagt:*

*„Geh weg oder ich differenzier' dich.“*

*Die dreht sich um, mustert ihn mit einem höhnischen Blick und sagt:*

*„Haha, ich bin die e-Funktion.“*

*Die Sinusfunktion wirft beiden einen verächtlichen Blick zu und wendet sich dem rechten Nachbarn zu.*

Wenn Sie länger als drei Sekunden gebraucht haben, liegt es entweder an den Mathematikkenntnissen oder daran, dass Sie das ganze Gebiet überhaupt nicht mit Lustig in Verbindung bringen. Man kann aber über (fast) alles lachen. *Viel Spaß*

---

## **Systemintegrationsfehler**

---

**INHALTSVERZEICHNIS**

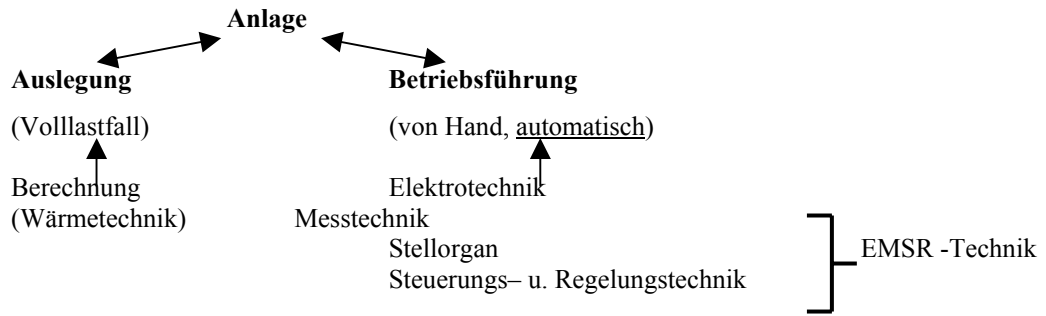
<b>1. Aufgabenstellung</b> .....	<b>7</b>
1.1 Regelung der Raumtemperatur .....	7
1.2 Zeitverhalten / Dynamisches Verhalten .....	8
1.3 Steuerung / Regelung .....	8
1.4 Unterschiede zwischen Steuerung und Regelung .....	9
<b>2. Ziele bei der Anwendung von Regelungen</b> .....	<b>10</b>
2.1 Änderung der Störgröße: Störverhalten .....	10
2.2 Änderung des Sollwertes: Führungsverhalten (Folgeregelung).....	10
2.3 Ziel Stabilität:.....	11
<b>3. Begriffsfestlegung für Regelkreise</b> .....	<b>13</b>
3.1 Aufbau von Reglern .....	13
Regelsinn.....	14
3.2 Ausführung von Reglern .....	15
3.3 DIN – Normen .....	15
3.4 Darstellungsformen in der Regelungstechnik .....	16
3.5 Berechnung des Regelkreisverhaltens .....	17
<b>4. Beharrungsverhalten von Regelkreisgliedern</b> .....	<b>19</b>
<b>5. Zeitverhalten von Regelkreisgliedern</b> .....	<b>21</b>
5.1 Beispiel: Durchlauferhitzer .....	22
5.2 Standardisierung der DGL 1. Ordnung .....	24
5.3 $PT_1$ –Glied.....	25
5.4 P-Glied Proportionalglied .....	27
5.5 I-Glied Integrierendes Regelkreisglied .....	28
5.6 $DT_1$ –Glied Differenzierendes Glied mit Verzögerung 1. Ordnung .....	30
5.7 $T_1$ -Glied Totzeitglied .....	32
<b>6. Elementare Regelkreisglieder Zusammenfassung</b> .....	<b>32</b>
<b>7. Verschaltung elementarer Regelkreisglieder</b> .....	<b>33</b>
7.1 Energiebilanz für ein Temperaturmesssystem: .....	33
7.2 Beispiele für Regelstrecken höherer Ordnung: .....	36
7.2.1 Beispiel 1: Dampferzeuger /Kraftwerk .....	36
7.2.2 Beispiel 2: Instationäre Wärmeleitung in einem Stab.....	37
7.2.3 Beispiel 3: Raumheizung .....	38
7.3 Ersatzschaltung für Strecken höherer Ordnung .....	39
7.3.1 Auswertung .....	40
7.3.2 Ersatzschaltung .....	40
7.3.3 Schwierigkeitsgrad.....	40
<b>8. Reglertypen</b> .....	<b>41</b>
8.1 Stetige Regler / Übersicht .....	42
8.1.1 Andere Reglertypen (ableitbar aus PID – Regler).....	43
8.1.2 Funktion des Integralanteils bei der Regelung .....	43
8.2 Unstetige Regler.....	47
8.2.1 Beispiel: Zweipunktregler ohne Schaltdifferenz.....	47
8.2.2 Zweipunktregler – Zeitverlauf der Regelgröße.....	48
8.2.3 Zweipunktregler mit Schaltdifferenz .....	50
8.2.4 Zeitverlauf der Regelgröße: .....	50
8.2.5 Verhalten des Regelkreises idealisiert / real .....	51
8.2.6 Beispiel: Berechnung der Schaltzyklusdauer für den symmetrischen Fall:.....	54

8.2.7 Berechnungsformeln des Zweipunktreglers mit Schaltdifferenz.....	55
<b>9. Frequenzverhalten von Regelkreisen .....</b>	<b>58</b>
9.1 Einführungsbeispiel aus der Verfahrenstechnik: Wirbelschicht.....	59
9.2 Aufteilung Stationärer Betrieb und Schwankungen.....	62
9.3 Lösung der Differenzialgleichung .....	62
9.4 Erinnerung an die komplexen Zahlen .....	63
9.4.1 Graphische Darstellung der komplexen Zahl.....	63
9.4.2 Polarkoordinatendarstellung .....	63
9.5 Beispiel PT 1 .....	65
9.6 Interpretation für das PT1-Verhalten .....	66
9.7 Graphische Darstellung (Ortskurve und Bodediagramm) .....	68
9.7.1 Ortskurve.....	68
9.7.2 Bode – Diagramm (des Frequenzganges) - Frequenzkennlinien.....	69
<b>10. Frequenzgang .....</b>	<b>72</b>
10.1 Integrier – Glied / Frequenzgang .....	72
10.1.1 Beispiel : Trommelwasserstand / Naturumlaufdampferzeuger.....	73
10.1.2 Bode – Diagramm: Amplitudengang, Auswirkung der Störung.....	74
10.2 Differenzierglied/ Frequenzgang .....	75
10.3 Totzeitglied .....	76
Ortskurve und Bodediagramm: Totzeitglied.....	77
10.4 Zusammenfassung.....	78
Frequenzgang elementarer Regelkreisglieder / Zusammenstellung .....	78
<b>11. Verschaltung von Regelkreisgliedern.....</b>	<b>79</b>
11.1 Parallelschaltung .....	79
11.2 Ortskurven der gebräuchlichsten Regler.....	80
11.3 Reihenschaltung .....	81
<b>12. Verhalten des geschlossenen Regelkreises .....</b>	<b>83</b>
12.1 Stabilität .....	83
12.2 Stabilitätskriterium nach Nyquist.....	85
12.2.1 Stabilitätsbetrachtung mit Nyquistkriterium (Beispiel) .....	86
12.2.2 Graphische Darstellung.....	88
12.3 Verallgemeinertes Stabilitätskriterium .....	89
12.4 Relative Stabilität – Stabilitätsreserve .....	89
12.5 Stabilitätsuntersuchung mit Verwendung des Bode-Diagramms .....	90
12.5.1 Beispiel Vorlauftemperatur – Regelung mit P-Regler.....	92
12.5.2 Konstruktion des Bodediagramms .....	93
12.6 Beiträge von Reglern im Bodediagramm.....	94
12.6.1 PI – Regler .....	94
12.6.2 Beispiel Vorlauftemperatur – Regelung mit PI-Regler.....	95
12.6.3 Beispiel Vorlauftemperatur – Regelung mit PI-Regler 2. Fall .....	96
<b>Literatur.....</b>	<b>97</b>
<b>Anhang .....</b>	<b>98</b>
Anhang 1: Formelzeichen .....	98
Anhang 2: Wichtigste Begriffe und anschauliche Einführung .....	102
System.....	102
Stationäres Verhalten .....	102
Dynamisches Verhalten .....	102
Regelstrecke.....	103
Steuerung .....	103
Regelung .....	103

Stabilität .....	104
Regler .....	104
Unstetige Regler: .....	104
Stetige Regelung: .....	104
Regelkreis .....	104
Störung .....	105
Regelabweichung .....	105
Führungsverhalten: .....	105
Störverhalten: .....	105
Modell .....	106
Parameter .....	106
Ersatzmodell, Ersatzschaltung .....	106
Regelkreisglied .....	106
Simulation .....	106
Signalflussplan .....	107
aufgeschnittener Regelkreis .....	107
Sprungfunktion .....	107
Übergangsfunktion .....	108
Periodische Signale .....	108
Amplitudendämpfung .....	108
Stabilität .....	108
Stabilitätsreserve .....	108
Laplace-Transformation .....	109
Frequenzgang .....	109
Komplexe Zeigerdarstellung .....	109
Ortskurve .....	109
Bodediagramm .....	110
Betriebspunktabhängigkeit der Stabilität .....	110
Schlusswort: .....	111
Anhang 3: Kurzzusammenfassung als Übersicht und Einführung .....	112
Anhang 4: Bodediagramm .....	113
Anhang 5: Praktikum Teil I/ Anleitung zu den Aufgaben mit Simulation/ Modellbildung ....	114
Ziele und Methodik des Praktikums: .....	114
Versuch 1 .....	116
Regelstrecken: Bestimmung der Parameter von Regelstreckenmodellen durch Vergleich mit aus Tests gewonnenen Daten (Fachausdruck Regelstreckenidentifikation) .....	116
Versuch 1: Aufgaben: .....	117
Versuch 2 .....	120
Zweipunktregelung: .....	120
Versuch 2: Aufgaben .....	121
Versuch 3 .....	124
Reglereinstellung (PTn-Strecke/ PID-Regler): .....	124
Versuch 3 Aufgaben: .....	126
Anhang 6: Klausuren .....	129

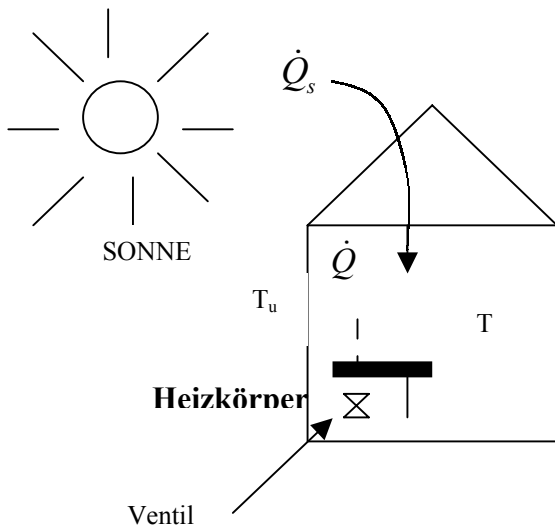
---

# 1. Aufgabenstellung

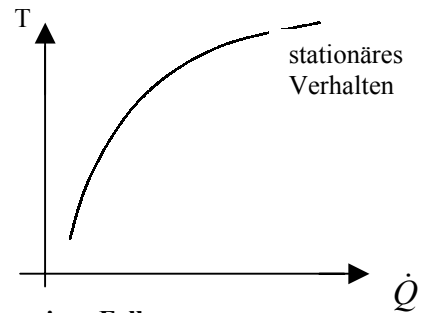


## 1.1 Regelung der Raumtemperatur

Stationärer Zustand / Beharrungszustand, d.h. alle Größen sind konstant. Die Heizleistung wird stufenweise erhöht.



$\dot{Q}$  : Stellgröße  
 T : Regelgröße



**Allgemeiner Fall:**  
 Die Bezeichnung liegt dann fest!

Die Raumtemperatur ist die Regelgröße  
 Die Heizleistung ist die Stellgröße  
 Die Einstrahlung stellt als zusätzliche Heizleistung eine Störung dar, ebenso innere Wärmequellen und die Außentemperatur.

Bezeichnung: **x Regelgröße**  
 Bezeichnung: **y Stellgröße**  
 Bezeichnung: **z Störgröße**

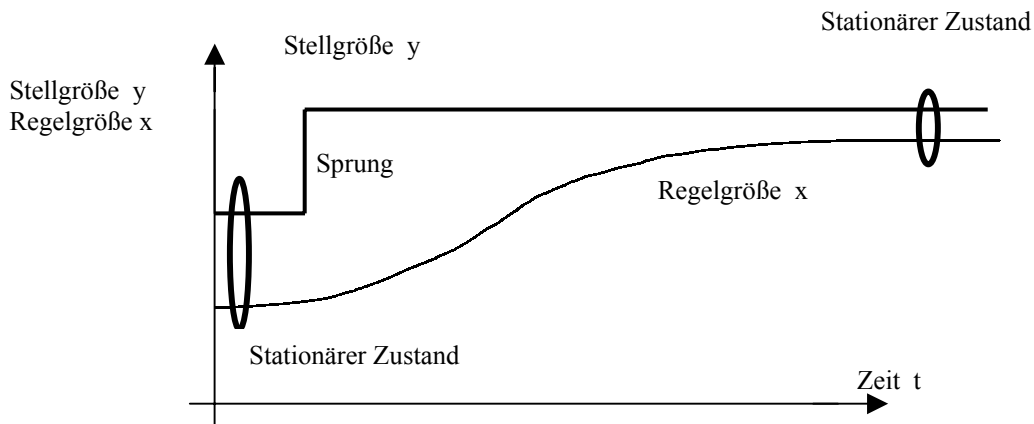
Die Regelung wird aktiv, wenn Störgrößen vorhanden sind. Also, wenn die Sonne zusätzlich Wärme erzeugt, steigt die Raumtemperatur etwas an, die Regelung wird aktiv und schließt das Ventil und im Idealfall bleibt die Raumtemperatur näherungsweise bei dem Ausgangswert.

Den gewünschten Raumtemperaturwert bezeichnet man als **Sollwert**

Bezeichnung: **w**

Wenn man das stationäre Verhalten bestimmt, arbeitet man oft ohne die Regelung. Das nennt man dann Handbetrieb. Man stellt eine bestimmte Ventilstellung ein. Dann ergibt sich nach einer gewissen Wartezeit eine konstante Temperatur. Wenn man das wiederholt, ergibt sich eine Beziehung zwischen Regelgröße und Stellgröße.

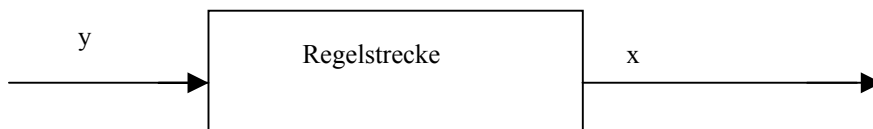
### 1.2 Zeitverhalten / Dynamisches Verhalten



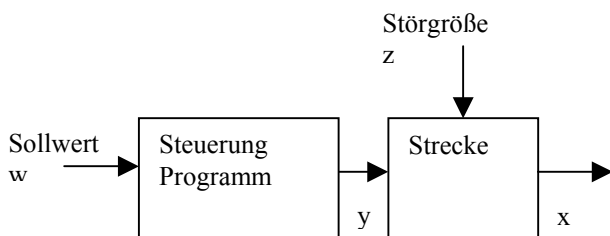
Als **Test** an einer bestehenden Anlage ist folgende Prozedur üblich:

Man fährt zunächst im Handbetrieb. Einen Übergang zwischen zwei stationären Zuständen kann man durch eine sogenannte **Sprungfunktion der Stellgröße** erzeugen. Dabei wird das Ventil von einem Anfangswert, der über längere Zeit anstand, so dass alles konstant ist, auf einen neuen Wert bewegt. Als Reaktion darauf wird sich die Regelgröße verändern.

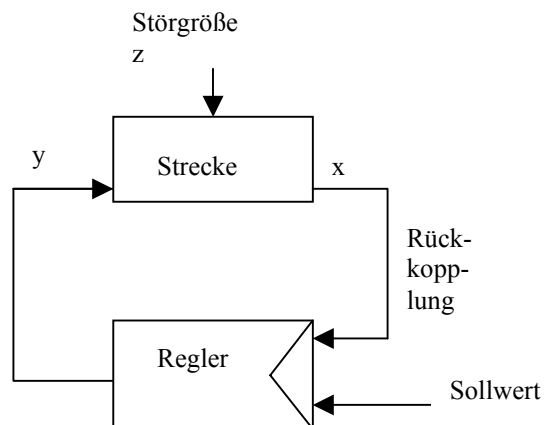
### 1.3 Steuerung / Regelung



**Steuerung:**



**Regelung:**



Der Sollwert  $w$  ist der Wert, auf den die Regelgröße  $x$  eingestellt werden soll. Der Sollwert  $w$  kann verändert werden, dann spricht man von Führungsverhalten.



## 1.4 Unterschiede zwischen Steuerung und Regelung

zwischen

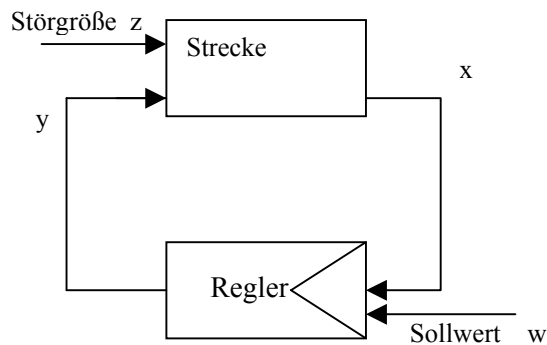
### Steuerung

- arbeitet ohne die Messung der Regelgröße  $x$
- das physikalische Verhalten der Regelstrecke muss bekannt sein
- kein Ausgleich von Störungen (das Steuerprogramm hat keine Information darüber)

### Regelung

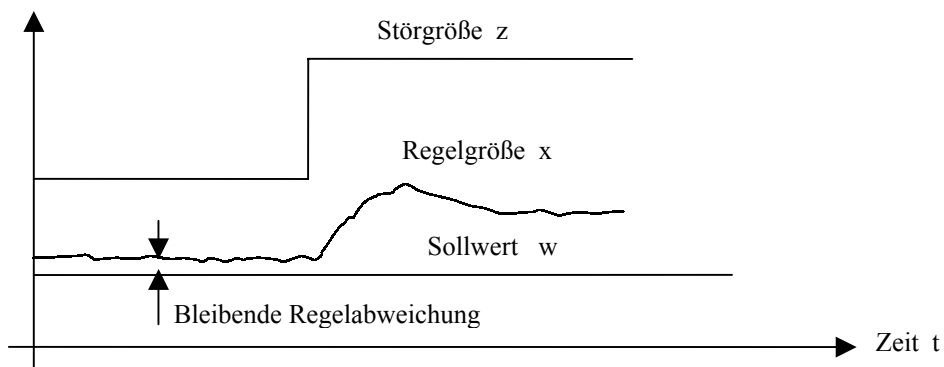
- arbeitet mit der Messung der Regelgröße  $x$   
→→ nach dem Prinzip der **Rückkopplung**
- das physikalische Verhalten der Regelstrecke muss nicht genau bekannt sein
- teilweiser Ausgleich von Störungen (Störungen wirken sich über die Strecke auf die Regelgröße aus)  
→→ **Regler wirkt kompensierend!**

## 2. Ziele bei der Anwendung von Regelungen

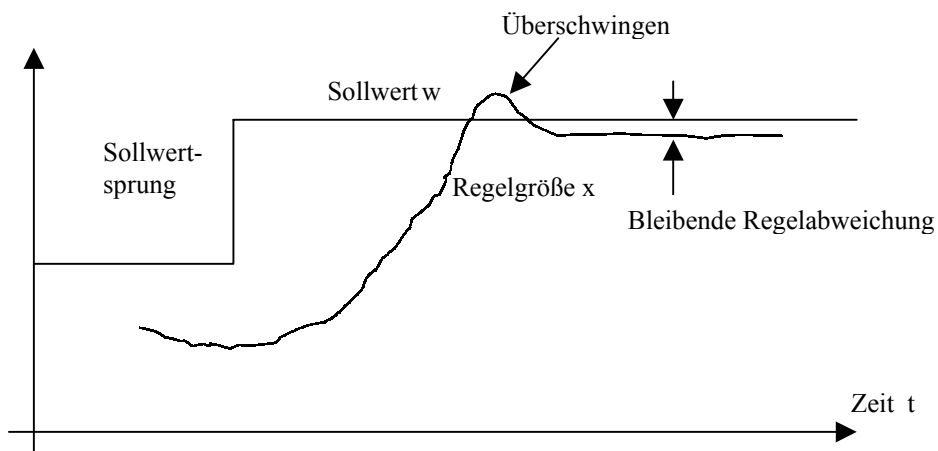


### 2.1 Änderung der Störgröße: Störverhalten

Der Sollwert bleibt in diesem Fall konstant! Die Regelgröße soll auf dem Wert des Sollwerts bleiben.

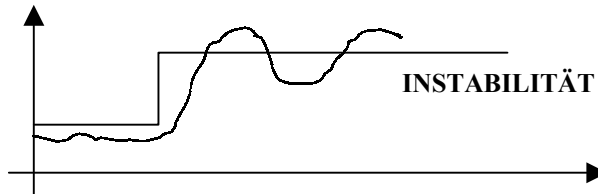


### 2.2 Änderung des Sollwertes: Führungsverhalten (Folgeregelung)



**2.3 Ziel Stabilität:****1) Stabilität:**

Nach dem Regelvorgang muss ein neuer Gleichgewichtszustand erreicht werden.

**2) Minimierung der bleibenden Regelabweichung**

Stationär heißt:

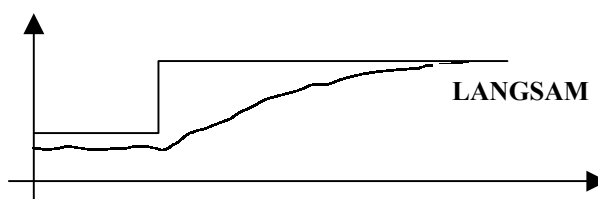
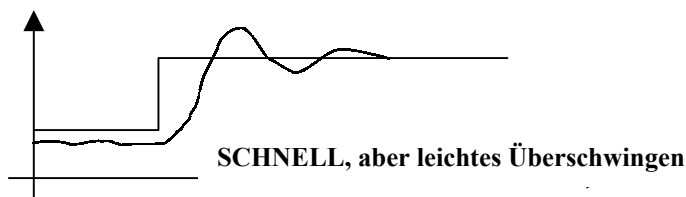
Nachdem ausgeregelt worden ist.

Die Regeldifferenz  $w - x$  ( Sollwert – Regelgröße ) soll also möglichst klein sein.

Man spricht von der **bleibenden Regelabweichung**

**3) Der Einschwingvorgang soll nach Vorgabe verlaufen.**

**Übergangsverhalten nach vorgegebenen Kriterien.**



Vorausschau:

Die **Einstellung eines Reglers** erfolgt später durch Abstimmung der Einstellparameter des Reglers auf das Streckenverhalten (= Streckenparameter). Dabei wird ein **Kompromiss** gesucht **zwischen Schnelligkeit und Stabilität**. Dreht man den Regler „zu weit auf“, ergeben sich Schwingungen, die den Betrieb stören. Allerdings wird der Regelkreis bei „aufgedrehtem“ Regler immer schneller, so dass die Regelgröße schneller dem Sollwert folgen kann.

Bei Kraftwerken, die die Bilanz zwischen Erzeugern und Abnehmern ausregeln, ist diese Regelfähigkeit eine entscheidende Eigenschaft und wird in einem Projekt vertraglich festgelegt und garantiert. Die Regelung wird dann dynamisch optimiert (möglichst weit „aufgedreht“).

Bei anderen Anlagen, z. B. im Heizungsbereich muss nicht „das Letzte“ aus der Regelung herausgeholt werden. Man stellt dann vorsichtiger ein.

Insgesamt hat man bei der Einstellung eine ganze Bandbreite zur Verfügung und muss entsprechend unterschiedlichen Anforderungen einen Kompromiss finden. Das Werkzeug dafür ist die **Computersimulation**. Man bildet das dynamische Verhalten des gesamten Regelkreises über ein Differentialgleichungssystem ab und simuliert das Verhalten auf einem Rechner.

---

### 3. Begriffsfestlegung für Regelkreise

#### Bereiche für Regelkreisparameter:

Bei einer gegebenen Aufgabenstellung muss man sich zuerst überlegen, wie stark die einzelnen Größen im Betrieb variieren. Die Bereiche für die einzelnen Größen werden mit Großbuchstaben gekennzeichnet.

Beispiele:

- Die Ventilstellung (Stellgröße) variiert zwischen 0 und 100 %
- Die Raumtemperatur (Regelgröße) soll in einem Bereich zwischen 14 und 24 °C gefahren werden
- Die Außentemperatur (Störgröße) variiert zwischen -10 °C und 15 °C

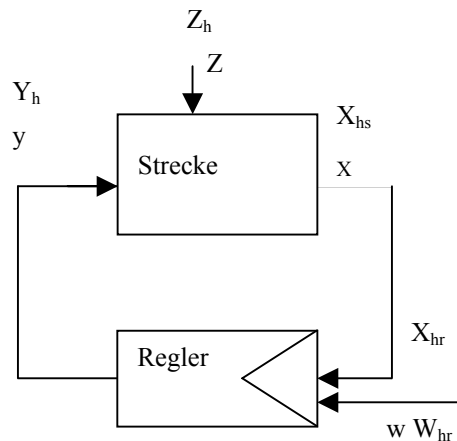
$Y_h$  = Stellgrößenbereich

$Z_h$  = Störgrößenbereich

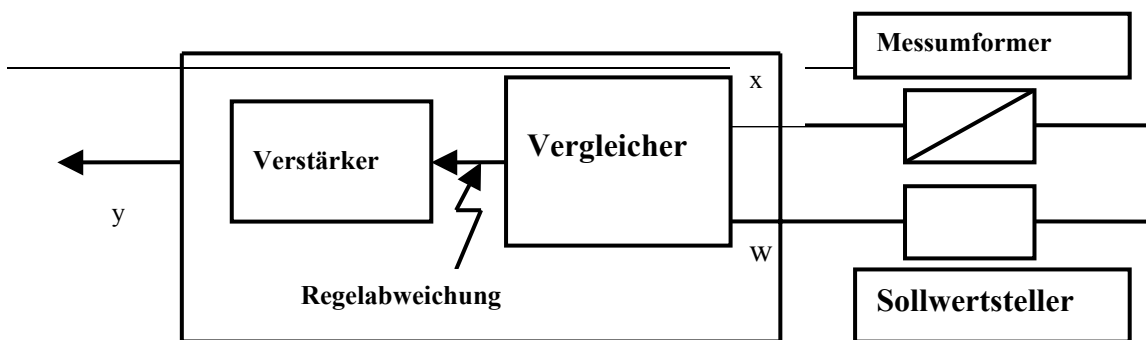
$W_{hr}$  = Sollwertbereich

$X_{hr}$  = Regelgrößenbereich am Regler

$X_{hs}$  = Regelgrößenbereich, ergibt sich  
 Wenn  $y$   $Y_h$  durchläuft.



#### 3.1 Aufbau von Reglern

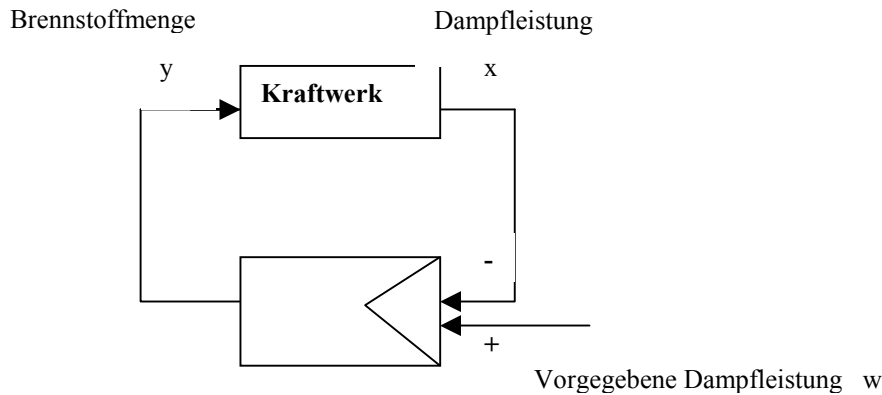


**Vergleicher:** Differenz zwischen Regelgröße und Sollwert = Regelabweichung

**Verstärker:** Verstärkt Regelabweichung und erzeugt die Stellgröße  
 Sollwert und Regelgröße werden verglichen, aus der Regeldifferenz multipliziert mit einem Faktor ergibt sich nach Verstärkung und Stellgröße

Vorschau:

In den allermeisten Fällen sind Regler als Mikroprozessorsysteme aufgebaut. Die Regelfunktion selbst wird dann als Regelalgorithmus (Programmbaustein) realisiert. Man spricht dann von einer digitalen Regelung.

**Regelsinn**

Bei dem angegebenen Beispiel des Dampferzeugers spricht man von positivem Regelsinn.

**Regelabweichung**

$$x - w < 0 \rightarrow \text{zu wenig Dampf} \rightarrow \text{mehr Brennstoff}$$

$$x - w > 0 \rightarrow \text{zu viel Dampf} \rightarrow \text{weniger Brennstoff}$$

Betrachten Sie jetzt eine Klimaanlage im Sommerbetrieb. Wenn man das Ventil des Kühlers aufdreht, geht die Temperatur zurück. Also ergibt sich das umgekehrte Verhalten im Vergleich zum Dampferzeuger. Man muss eine Umschaltung am Regler zur Änderung des Regelsinns vornehmen. Dadurch ändert sich das Vorzeichen der Regeldifferenz. Die Reaktion des Reglers ist dann:

$$w - x < 0 \rightarrow \text{zu hohe Temperatur} \rightarrow \text{Kühlventil auf}$$

$$w - x > 0 \rightarrow \text{zu geringe Temperatur} \rightarrow \text{Kühlventil zu}$$

Die gleiche Überlegung gilt für Rauchgasentschwefelungsanlagen REA. Durch Zugabe eines Sorbens (z. B. Kalkmilch) wird die  $\text{SO}_2$ -Reaktion im Rauchgas vermindert. Kalk reagiert mit  $\text{SO}_2$  zu Gips  $\text{CaSO}_4$ .

Gibt man mehr Kalk zu, vermindert sich die  $\text{SO}_2$ -Konzentration. Das entspricht auch einem negativen Regelsinn.

Wichtig: Man muss insgesamt eine negative Rückkopplung haben. Im Regelkreis muss also einmal ein Minuszeichen wirksam sein. Beim negativen Regelsinn ist dieses bereits in der Regelstrecke vorhanden.

Bei einer Aufgabenstellung ist die Überlegung zum Regelsinn immer der erste Schritt.

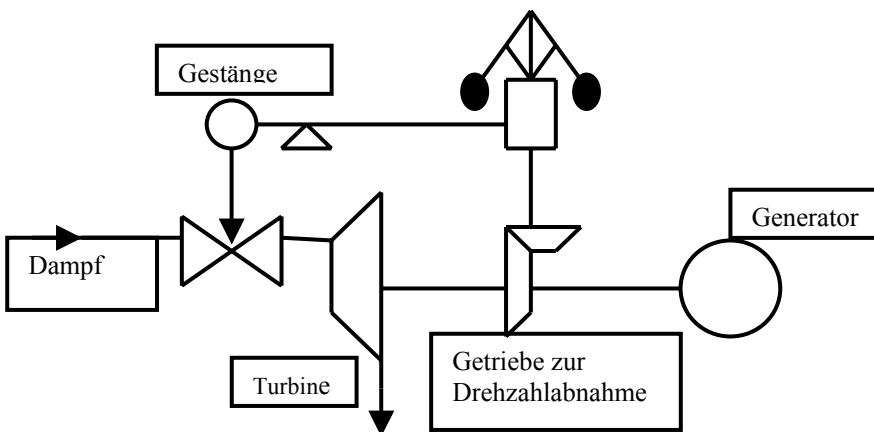
### 3.2 Ausführung von Reglern

Physikalisches System (mechanisch, pneumatisch, hydraulisch)

Elektronisch

Software / Digitales System

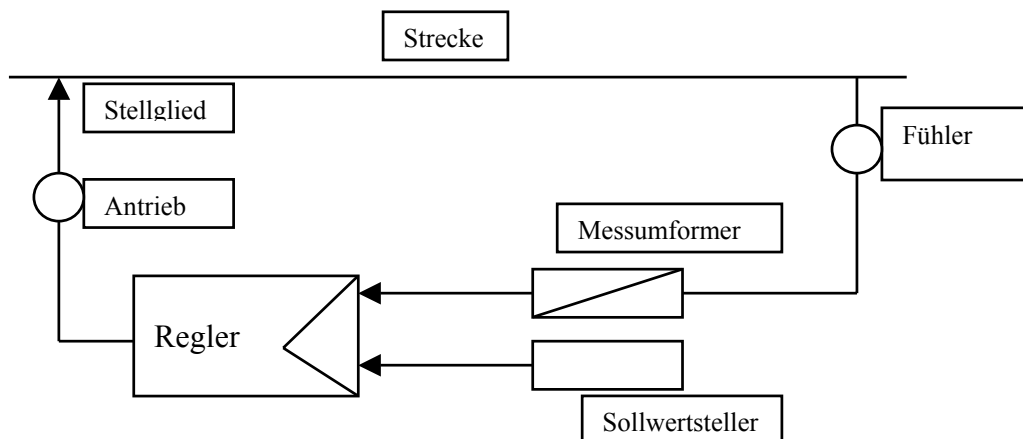
Beispiel: Fliehkraftregler von J. Watt für die Regelung  
der Turbinendrehzahl. (mechanisches System)



### 3.3 DIN – Normen

DIN	19226	Festlegung der Begriffe
DIN	19228	Festlegung von Bildzeichen
VDI	3814	Gebäudeautomation

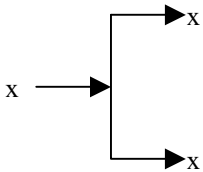
und viele weitere



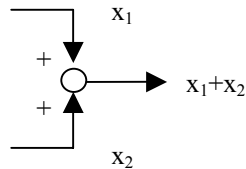
In der Praxis werden leicht unterschiedliche Darstellungen verwendet, an die man sich aber leicht gewöhnt, da sie auf dem gezeigten Prinzip basieren.

### 3.4 Darstellungsformen in der Regelungstechnik

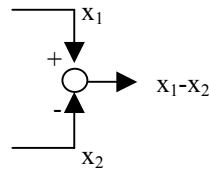
#### Verzweigung



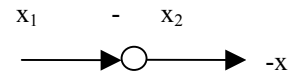
#### Addition



#### Differenz

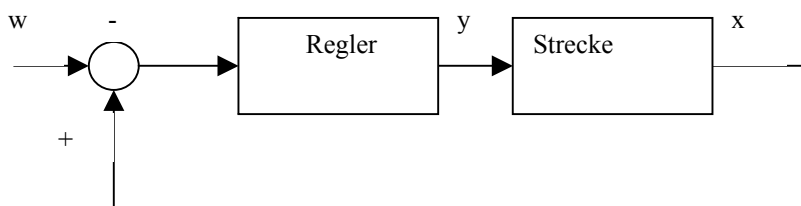
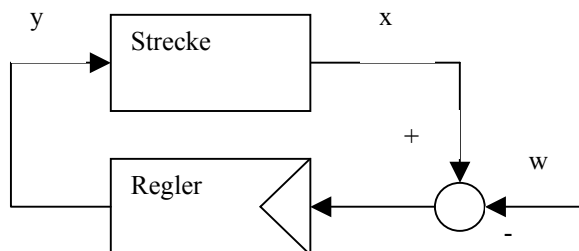


#### Vorzeichenumkehr



Man spricht bei dieser Darstellung vom Signalflussplan. Diese Darstellung soll dazu dienen, dass man sich ganz anschaulich vorstellen kann, wie Signale durch eine solche Struktur fließen und dann dabei verändert werden. Die Blöcke formen die Signale um, so dass Zeitverzögerungen auftreten und die Signale durch Rechenoperationen verändert werden. Die Kombination von Signalen erfolgt durch Verzweigung, Addition und Differenzbildung.

#### Darstellung von einschleifigen Regelkreisen in der Literatur:



Die beiden Darstellungen sind äquivalent. Beide Darstellungen werden in der Literatur verwendet.

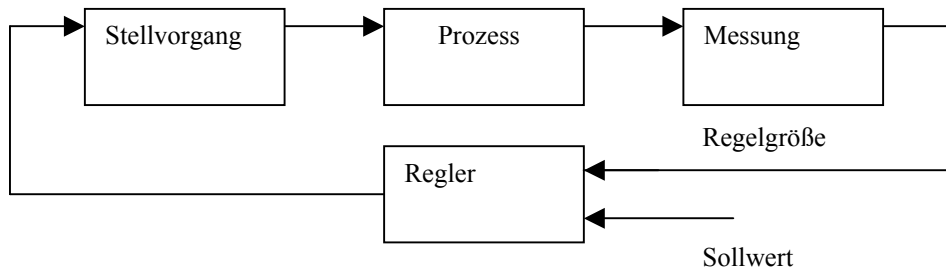
Die Blöcke werden auf Grund ihrer mathematischen Eigenschaften ( $\rightarrow$  Modell) charakterisiert.

Es gibt dann kompliziertere Anwendungen: Regelkreise mit Aufschaltungen, Mehrgrößenregelungen, komplexe Modelle von Anlagen etc..



### 3.5 Berechnung des Regelkreisverhaltens

#### Prinzip



Die Grundidee bei der Berechnung des Zeitverhaltens und bei der Beschreibung im Frequenzbereich ist, dass die Regelstrecke in einzelne Blöcke aufgeteilt wird, die folgende Effekte beschreiben:

#### Stellvorgang:

Bei der Betätigung von Ventilen wird Zeit benötigt. Ein elektrischer Stellmotor muss beispielsweise auf oder zu fahren. Dieses Zeitverhalten beeinflusst die gesamte Dynamik.

#### Prozess:

Damit ist das Verhalten der Anlage gemeint. Man spricht von Prozessmodellierung, weil man beispielsweise Aufheiz- oder Abkühlvorgänge analysiert und diese beschreibt. Wichtig ist also, was die Anlage „macht“ und weniger die konstruktiven Details. Diese werden aber benötigt, um genauere Modelle des Anlagenverhaltens zu erstellen. Dabei wird der Block „Prozess“ weiter unterteilt und steht für eine Unterstruktur von verschalteten Regelkreisgliedern, die in Kombination das Verhalten des Prozesses wiedergeben. Bei der Raumtemperatur ist das beispielsweise:

- Aufheizen des Heizkörpers
- Aufheizen der Raumlufte und Verändern der Raumlufteströmung durch die höheren Temperaturen am Heizkörper
- Aufheizen der Gebäudehülle durch die höheren Raumlufte Temperaturen

#### Messung:

Bei der Messung beispielsweise einer Temperatur gibt es auch Zeitverzögerungen, weil der Fühler bei Temperaturänderungen ja auch aufgeheizt oder abgekühlt werden muss. Das benötigt Zeit.

#### Regler:

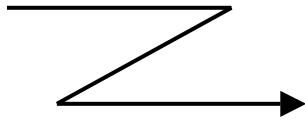
Es gibt sehr unterschiedliche Regler. Im wesentlichen unterscheidet man zwischen stetigen und unstetigen Reglern.

Bei unstetigen Reglern kann man das Stellglied nur in Stufen umschalten (EIN, AUS beim Heizkessel oder einer Solarkreispumpe).

Der einfachste stetige Regler ist der Proportionalregler (Temperatur wird zu hoch, Ventil macht um einen entsprechenden (proportionalen) Betrag zu und umgekehrt). Das ist das Verhalten, das man anschaulich unter Regelung versteht. Daneben gibt es andere Anteile im Regler, die auch über Regelkreisglieder beschrieben werden.

Der Standardregler ist der PID-Regler:

- P Proportionalanteil  
I Integralanteil  
D Differentialanteil



Es gibt eine ganze Reihe von Regelkreisgliedern mit unterschiedlichem Zeitverhalten/ Eigenschaften.

Wichtig:

In der Regelungstechnik gibt es einen Katalog von Regelkreisgliedern, aus denen man alles mit einer gewissen Genauigkeit aufbauen kann.

Wenn die Genauigkeit allerdings sehr groß sein soll oder wenn man eine Anlage modelliert, die noch nicht gebaut worden ist (neuer Prototyp), dann ist der Aufwand wesentlich größer.

In vielen Fällen kann man auf bestehende Modelle zurückgreifen, die beschrieben sind.

Es gibt Programmpakete, in die man dann solche Signalflusspläne eingeben kann. Dann kann man das Zeitverhalten simulieren und Betriebssituationen durchspielen. Dadurch lernt man sehr viel in sehr kurzer Zeit, weil die Simulation wesentlich schneller abläuft als Versuche an der Anlage. Simulationsrechnungen sind auch völlig ungefährlich (selbst für den Computer?). An einer Anlage dagegen kann man problematische Situationen hervorrufen, wenn man nicht ganz genau weiß, was man tut. Die Simulation zeigt aber immer Abweichungen von der Realität, weil man sich bei der Modellierung auf einen tragbaren Aufwand beschränkt.

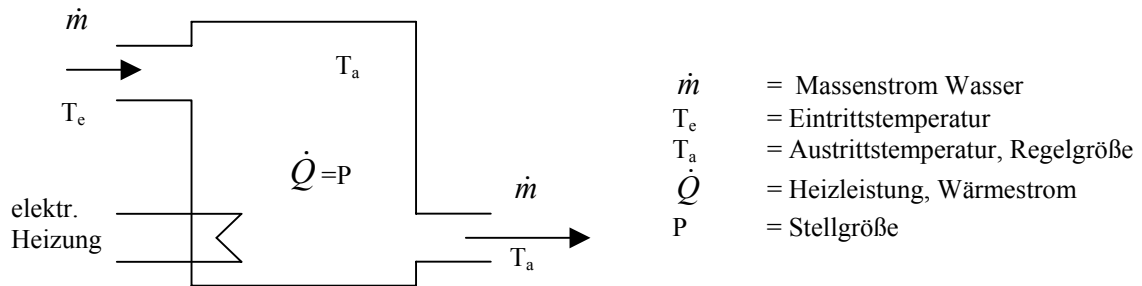
**Vorgehensweise zusammengefasst:**

- 1) Charakterisierung der **Regelkreisglieder** durch mathematische Modelle
- 2) **Kombinationsregeln** für Schaltungen
- 3) **Auswahl Regler**
- 4) **Modell** des Gesamtverhaltens (Zeitverhalten)
  - Beeinflussung des Gesamtverhaltens durch
  - unterschiedliche Reglertypen
  - unterschiedliche Reglereinstellungen

### 4. Beharrungsverhalten von Regelkreisgliedern

Einführungsbeispiel: Elektrischer Durchlauferhitzer

Dieser (ist aus der Alltagserfahrung bekannt) dient als Prototyp für ein Verhalten, das sehr häufig gebraucht wird. Man spricht von einem Rührkesselmodell. Damit ist ein Behälter gemeint, dessen Inhalt so verrührt wird, das sich homogene, also gleichmäßige Verhältnisse für die Temperatur und für andere Größen einstellen. Beim Durchlauferhitzer besorgt dieses Rühren beim Aufheizen die thermische Konvektion.



Annahme: Durch gutes Mischungsverhalten im Durchlauferhitzer ergibt sich eine gleichmäßige Temperatur im Erhitzer ( $T_a$ )

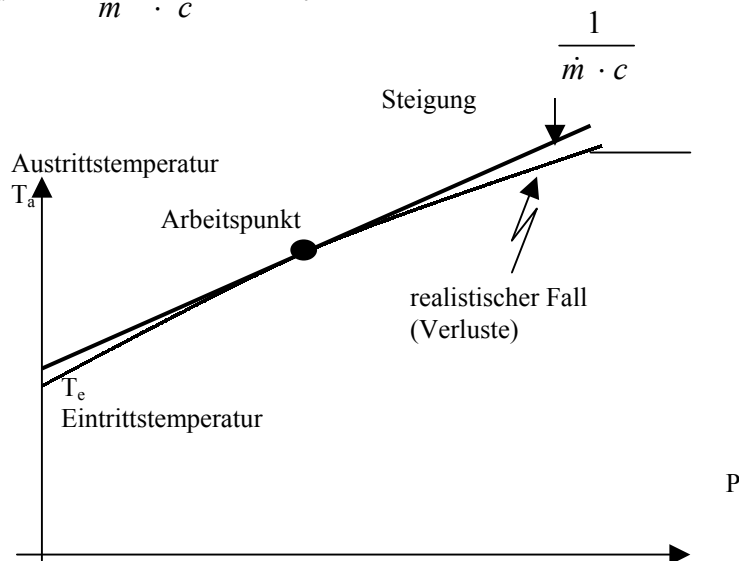
#### Stationäre Energiebilanz Durchlauferhitzer

Energie ein                      Energie aus

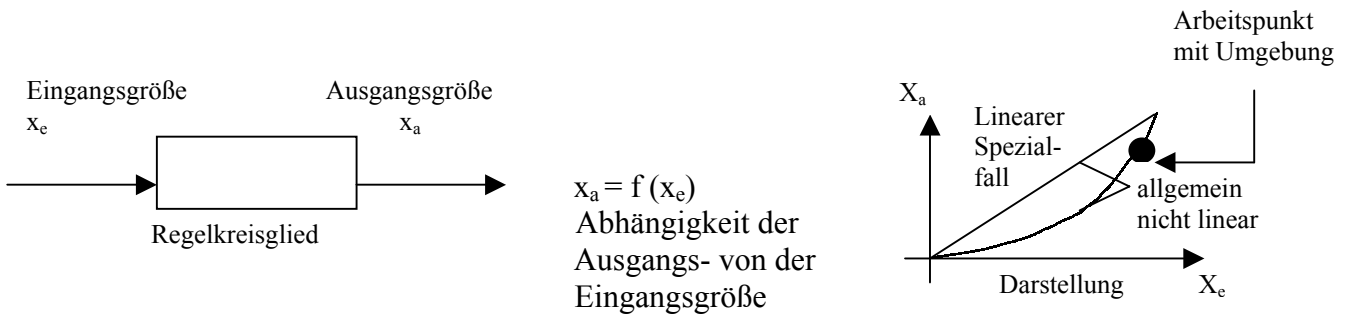
$$P = \dot{m} \cdot c \cdot (T_a - T_e)$$

→ →

$$T_a = \frac{P}{\dot{m} \cdot c} + T_e$$

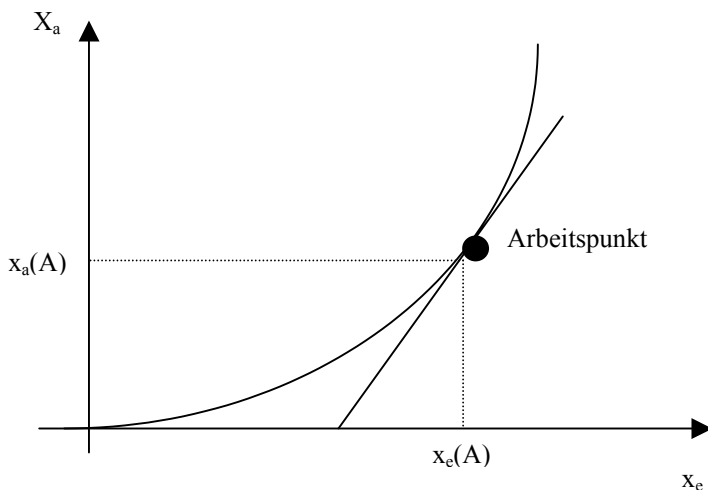
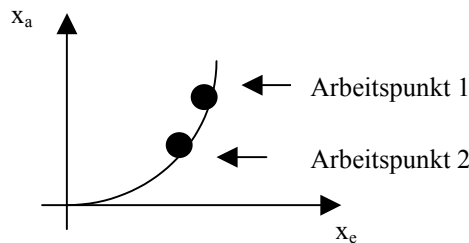


**allgemein:**



→ das statische Verhalten von Regelkreisgliedern ist oft nicht linear  
 Regelungstechnische Auslegungsverfahren arbeiten mit linearen Modellen

→ damit wird eine Linearisierung notwendig



Taylorreihe, Verhalten in der  
 Umgebung des Arbeitspunktes

$$x_a = f(x_e)$$

$$x_a = f(x_e(A)) + \left. \frac{df(x_e)}{dx_e} \right|_{x_e(A)} \cdot (x_e - x_e(A))$$

an der Stelle  $x_e = x_e(A)$

$$x_a - x_e(A) = K_p \cdot (x_e - x_e(A))$$

$$\Delta x_a = K_p \cdot \Delta x_e$$

$K_p$ : Proportionalbeiwert

Die Steigung ist vom Arbeitspunkt abhängig und verändert sich. Die Steigung wird als Kennwert in der Regelungstechnik verwendet und heißt Proportionalbeiwert  $K_p$ . Da die Reglereinstellung an  $K_p$  angepasst wird, führt die Veränderung von  $K_p$  in der Praxis zu bestimmten Schwierigkeiten.

Beispiel für die Berechnung: Durchlauferhitzer (linearer Verlauf)

$$T_a = \frac{P}{\dot{m} \cdot c} + T_e \qquad \frac{dT_a}{dP} = \frac{1}{\dot{m} \cdot c} \qquad \dot{m} = 0,1 \frac{Kg}{sec}$$

$$T_a = f(P) \qquad K_p = \frac{1}{\dot{m} \cdot c} = \frac{1}{0,1 \frac{Kg}{sec} \cdot 4200 \frac{J}{Kg \cdot ^\circ C}} = 2,4 \frac{^\circ C}{kW}$$

## 5. Zeitverhalten von Regelkreisgliedern

Zur Charakterisierung des Zeitverhaltens werden Standardsignale verwendet:

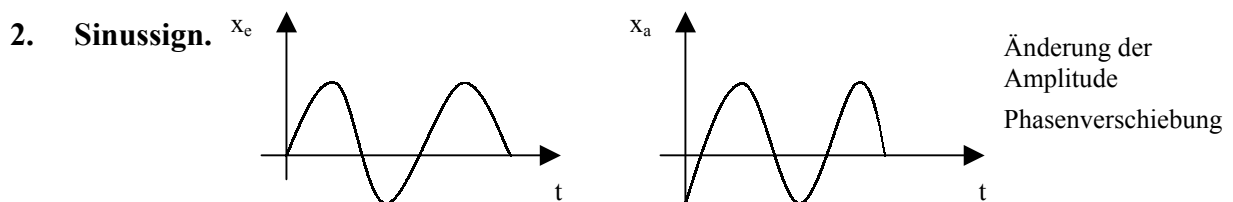
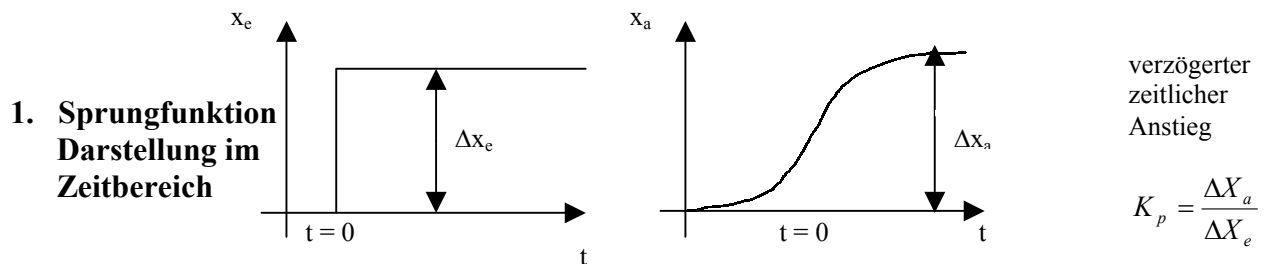


Es gibt zwei unterschiedliche Beschreibungsarten:

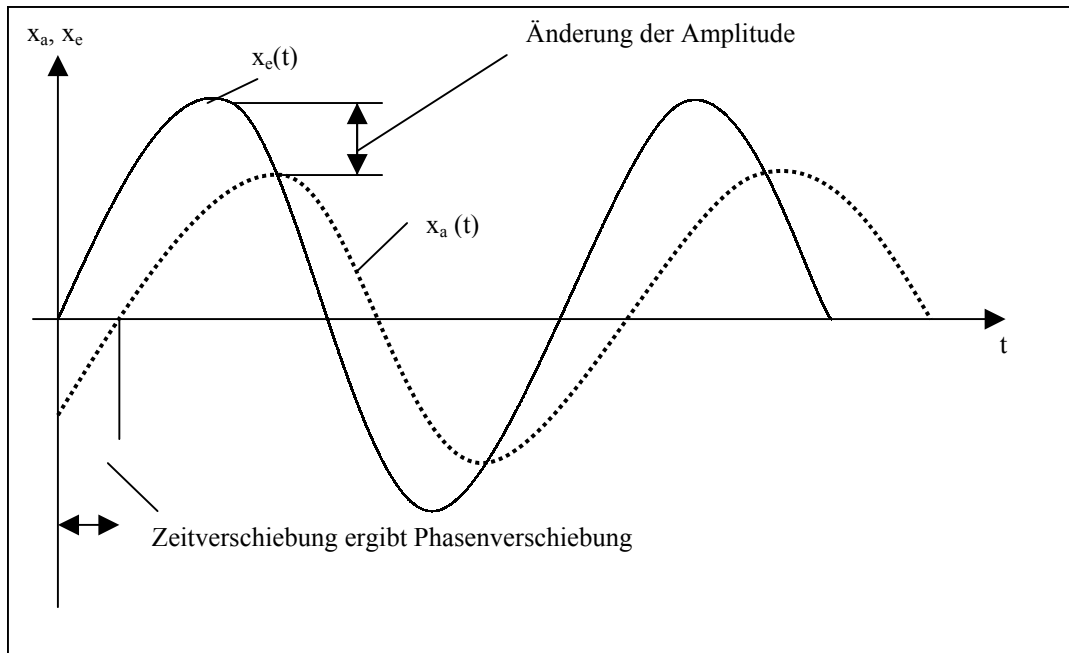
Anregungen durch Signale im Zeitbereich:

Beispielsweise durch Aufdrehen eines Ventils ( $x_e$ ) am Heizkörper/ zugehörige Reaktion der Raumtemperatur ( $x_a$ )

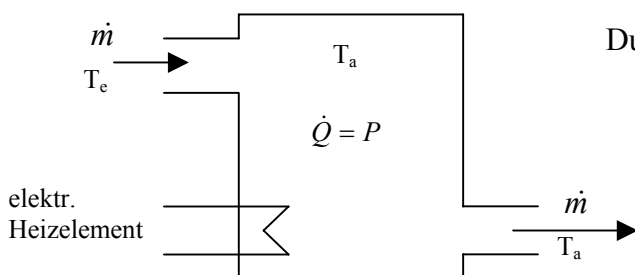
Anregungen durch periodische Signale, das nennt man dann die Beschreibung im Frequenzbereich:  
Ein Beispiel wäre ein Gebäude im Sommerbetrieb, wobei die Außentemperatur die Eingangsgröße  $x_e$  und die Raumtemperatur die Ausgangsgröße  $x_a$  darstellt.



Der gesamte Regelkreis entsteht durch Kombination elementarer Regelkreisglieder. In der Praxis hat man beide Fälle, die Sprungfunktion als Anregung und periodische Funktionen, die häufig vereinfacht als Sinussignale dargestellt werden.



**5.1 Beispiel: Durchlauferhitzer**



Durch gutes Mischverhalten  $\rightarrow$  Temperatur im Erhitzer =  $T_a$

$M_w$  = Masseninhalte Wasser im Erhitzer

**Energiebilanz**

Gespeicherte Energie = Energie ein - Energie aus

$$M_w \cdot c \cdot \frac{dT_a}{dt} = P - \dot{m} \cdot c \cdot (T_a - T_e)$$

Auf der rechten Seite der Gleichung steht der bekannte stationäre Teil. Auf der linken Seite steht die Wärmeleistung, die beim Aufheizen oder Abkühlen wirksam wird. Diese Leistung ist bei einem Aufheizvorgang am Anfang groß, und nimmt dann immer mehr ab, bis sie verschwindet, wenn der stationäre Zustand erreicht wird. Dies entspricht der bekannten Situation, dass, nachdem sich der Durchlauferhitzer bei einer Zapfung einschaltet, die Temperatur erst schnell und dann immer langsamer ansteigt.

Beispiel: Aufheizgeschwindigkeit beim Einschalten

$$T_a = T_e \quad \text{beim Einschalten,} \quad M = 5\text{Kg}, \quad P = 10 \text{ kW}$$

$$\dot{m} \cdot c \cdot (T_a - T_e) = 0 \quad \text{stimmt mit Erfahrung überein}$$

$$\frac{dT_a}{dt} = \frac{P}{M_w \cdot c} = \frac{10 \cdot 10^3}{5 \cdot 4200} \approx 0,5 \frac{^\circ\text{C}}{\text{sec}}$$

### Energiebilanz ergibt DGL 1. Ordnung in der Zeit

$$\frac{M_w \cdot c}{\dot{m} \cdot c} \cdot \frac{dT_a}{dt} = \frac{1}{\dot{m} \cdot c} \cdot P - (T_a - T_e)$$

$$\frac{M_w}{m} \cdot \frac{d(T_a - T_e)}{dt} = \frac{1}{\dot{m} \cdot c} \cdot P - (T_a - T_e) \quad \text{da } T_e = \text{konst.}$$

Es ergibt sich eine **DGL (Differentialgleichung) 1. Ordnung**. Dies ist typisch für den gewählten Modellierungsansatz. Wenn eine Bilanz aufgestellt wird, dann hat man einen Speicherterm zu berücksichtigen.

Dieser **Speicherterm** ist bei einem thermischen System durch das Ein- oder Ausspeichern von Wärmeenergie bedingt, bei einem Kondensator wird elektrische Ladung ein- oder ausgespeichert. Wenn man die Konzentration von Inhaltsstoffen in der Raumluft modelliert (beispielsweise Kohlendioxid CO<sub>2</sub>), dann hat man eine Zunahme oder Abnahme in der Raumluft, die ebenfalls als Speicherwirkung zu interpretieren ist. Dieser Speicherterm wird immer durch eine Änderung der Regelgröße im speichernden Medium beschrieben. Diese Änderungsgeschwindigkeit wird durch eine Ableitung erster Ordnung ausgedrückt.

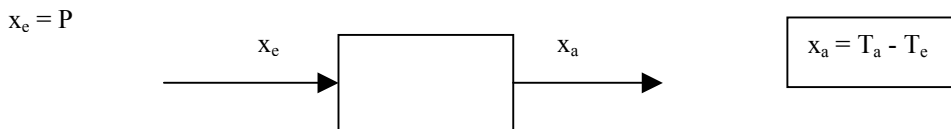
In der Regelungstechnik werden die Beschreibungen so gewählt, dass man das Verhalten des Systems in der Nähe eines Arbeitspunktes beschreibt. Das bedeutet für den Durchlauferhitzer, dass als Arbeitspunkt die Starttemperatur gewählt wird. Diese entspricht der als konstant gedachten Eintrittstemperatur. Man arbeitet dann mit der Differenz  $T_a - T_e$ . Der Aufheizvorgang beginnt dann bei  $T_a - T_e = 0$ . Zusätzlich wird die Beschreibung so aufgebaut, dass man eine linearisierte DGL verwendet. Diese Voraussetzung ist aber nicht zwingend.

*Eingangs- und Ausgangsgröße sind frei wählbar.* Im behandelten Beispiel wurde für eine spätere Regelung die Stellgröße  $P$  und die Regelgröße  $T_a - T_e$  verwendet. Man könnte aber genauso gut die Störgröße den gezapften Massenstrom als Eingangsgröße  $x_e$  verwenden. Dann bekommt man eine nichtlineare DGL, weil der Massenstrom auf der rechten Seite der Gleichung im Nenner steht. Solche DGL kann man dann mit Hilfe der Computersimulation weiterverarbeiten und numerisch lösen.

## 5.2 Standardisierung der DGL 1. Ordnung

Die weiter Vorgehensweise ist so, dass man jeweils auf die gleiche Form der DGL zu kommen versucht. Dann kann man Standardlösungen verwenden, die in Tabellen niedergelegt sind. Dazu betrachtet man das System als Black Box, legt die Eingangs- und die Ausgangsgröße fest und formt die Gleichung so um, dass auf der rechten Seite die Größe  $x_a$  ohne Vorfaktor steht. Den sich dann ergebenden Faktor auf der linken Seite bei der Ableitung nennt man die Zeitkonstante  $\tau$  des Systems, den Faktor, der sich bei der Stellgröße ergibt, nennt man den Proportionalbeiwert  $K_p$ .

Für die Zeitkonstante verwenden wir den griechischen Buchstaben  $\tau$ . Dies entspricht der internationalen Konvention. In den deutschen Normen wird für die Zeitkonstanten der Buchstabe  $T$  verwendet. Damit kollidiert man dann häufig mit den Temperaturen so dass hier durchgehend die internationale Konvention verwendet wird.



$$\frac{1}{\dot{m} \cdot c} = K_p \quad \frac{M_W}{\dot{m}} = \tau \quad \text{Zeitkonstante}$$

Beispiel :

$$\begin{aligned} M_W &= 5 \text{ Kg} \\ \tau &= 50 \text{ sec} \\ \dot{m} &= 0,1 \text{ Kg / sec} \end{aligned}$$

$$\tau = \frac{dx_a}{dt} = K_p \cdot x_e - x_a \quad (\text{Standardform})$$

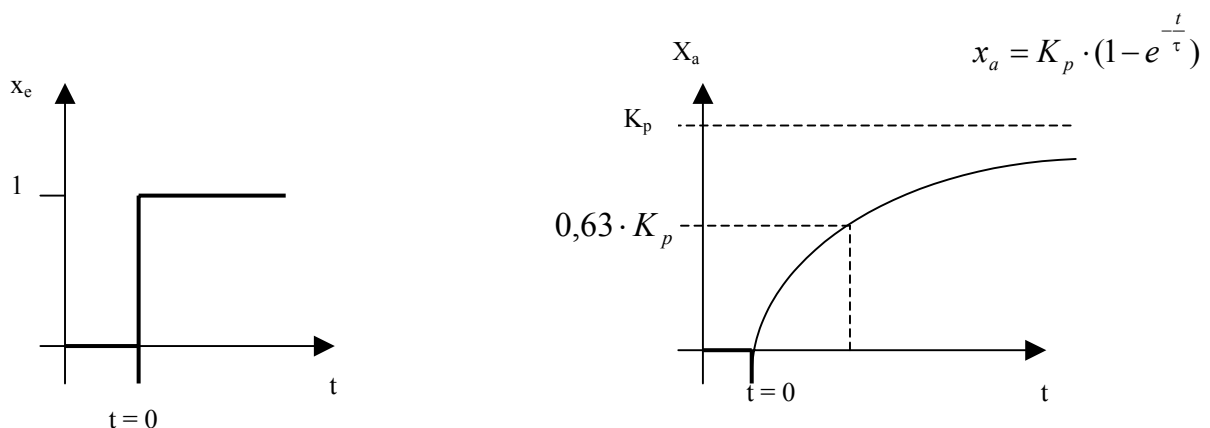
Verzögerungsglied 1. Ordnung  $\leftrightarrow$  PT<sub>1</sub>-Glied

Lösung DGL 1. Ordnung

$$\tau = \frac{dx_a}{dt} = K_p \cdot x_e - x_a \quad (\text{DGL})$$

Anregung Einheitssprung ( $x_{eSP} = 1$ )

Reaktion





**Überprüfung der Anfangsbedingungen:**

$$\begin{aligned}
 t &= 0 \\
 x_a &= 0 \\
 x_a(t=0) &= K_p \cdot (1-1) = 0
 \end{aligned}$$

Verifizieren der Lösung durch Bilden der Ableitung und Einsetzen in die Differenzialgleichung:

$$\frac{dx_a}{dt} = \frac{K_p}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{daraus folgt}$$

linke Seite:

$$K_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

rechte Seite:

$$K_p \cdot \overset{1}{x'_e} - K_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow K_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

**5.3 PT<sub>1</sub>-Glied**

Bezeichnung

DGL

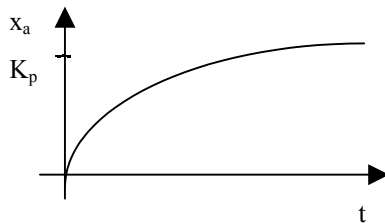
Lösung

PT1

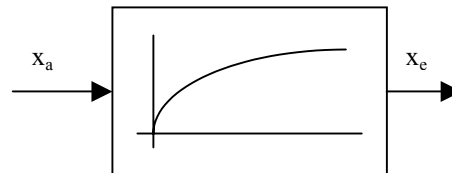
$$\tau \cdot x_a = K_p \cdot x_e$$

$$x_a = K_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Schaubild

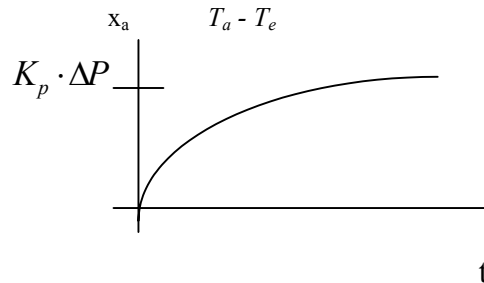
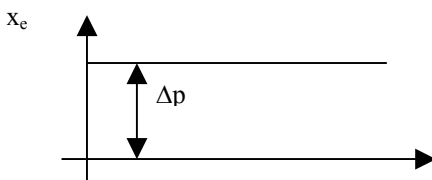


Blocksymbol



Beispiel: Durchlauferhitzer

$$x_e = \Delta P$$



$$T_a - T_e = K_p \cdot \Delta P \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Die Anregung bei der Stellgröße  $x_e$  wird mit  $x_{e,SP}$  bezeichnet (gesprochen „ $x_e$  - Sprung“). Wird auch wie folgt dargestellt:

$$x_{e,SP} = \Delta P$$

$$K_p \cdot \Delta P = \text{Temp. Differenz am Ende} = \frac{\Delta P}{\dot{m} \cdot c} = \frac{10 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 4200} \frac{W}{\frac{\text{Kg} \cdot J}{\text{sec} \cdot \text{Kg} \cdot ^\circ\text{C}}} = 23,8^\circ\text{C}$$

Anwendungsbeispiel: Wann werden 90% der Endtemperatur erreicht?

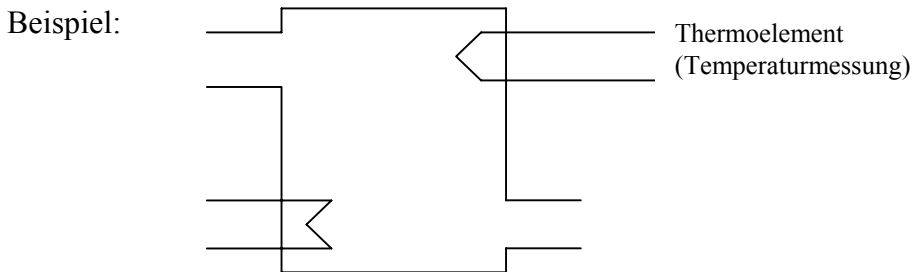
$$\begin{aligned} 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} &= 0,9 \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = 0,1 \\ \Rightarrow -\frac{t}{\tau} &= \ln(0,1) \\ \Rightarrow t &= -\tau \cdot \ln(0,1) = 2,3 \cdot \tau \\ &= 115 \text{ sec} \end{aligned}$$

**5.4 P-Glied Proportionalglied**

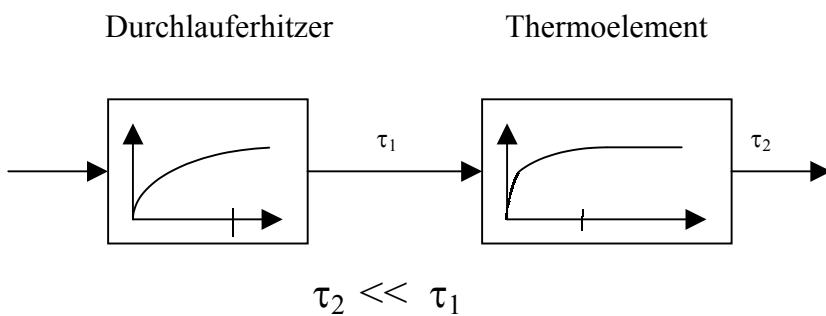
Das reine Proportionalglied ist ein „Spezialfall“ des PT<sub>1</sub>-Verhaltens. Wenn man beim PT<sub>1</sub>-Verhalten die Zeitkonstante gegen Null gehen lässt, entsteht ein Element, das ohne Zeitverzögerung reagiert. Das ist natürlich eine Abstraktion.

Alle Regelkreisglieder in einer Struktur, die im Verhältnis zu anderen sehr kleine Zeitkonstanten haben, werden so behandelt. Das erhöht die Übersichtlichkeit, reduziert die Komplexität des Modells und führt daher zu einem geringeren Rechenaufwand.

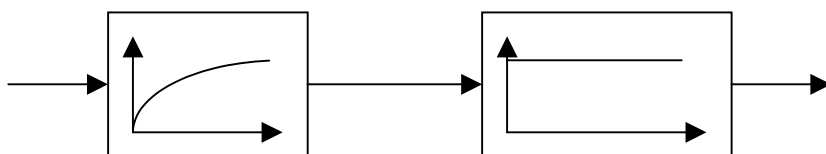
DGL	$\tau \cdot \dot{x}_a + x_a = K_p \cdot x_e$	PT <sub>1</sub> -Glied
	$\tau \Rightarrow 0$	$x_a = K_p \cdot x_e$
		DGL P-Glied



**Regelstrecke:**



**Blockdarstellung P-Glied:**



## 5.5 I-Glied Integrierendes Regelkreisglied

Beispiel 1: Durchlauferhitzer ohne Ablauf  $\dot{m} = 0$ 

$$M_w \cdot c \cdot \frac{dT_a}{dt} = P - \dot{m} \cdot c \cdot (T_a - T_e)$$

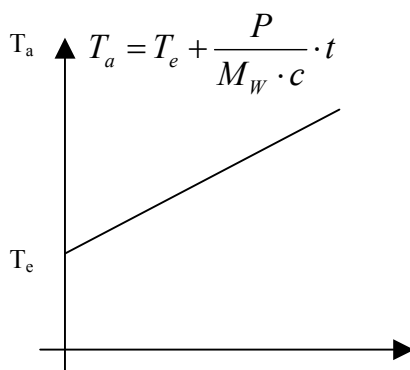
$$\frac{dT_a}{dt} = \frac{1}{M_w \cdot c} \cdot P \quad \text{oder} \quad T_a = T_e + \frac{1}{M_w \cdot c} \cdot \int_0^t P dt$$

Temperatur  
zur Zeit  $t = 0$

Lösung

Allgemein

Blocksymbol

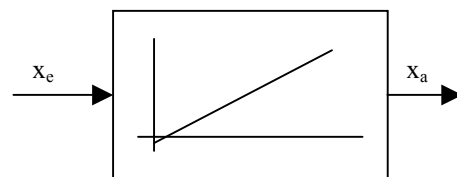


DGL

$$\dot{x}_a = K_I \cdot x_e$$

gleichbedeutend

$$\dot{x}_a = K_I \cdot \int_0^t x_e dt$$



$$K_I = \frac{1}{M_w \cdot c}$$

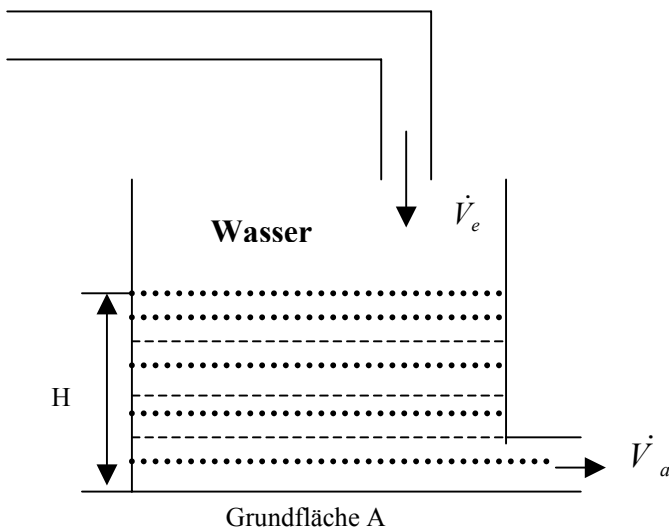
## Anwendungsbeispiel 1: Durchlauferhitzer

$$T_a = T_e + \frac{P}{M_w \cdot c} \cdot t \quad \frac{P}{M_w \cdot c} = \frac{10000}{5 \cdot 4200} \frac{W}{Kg \cdot \frac{J}{Kg \cdot ^\circ C}} = 0,48 \frac{^\circ C}{sec}$$

$$\text{Für } T_e = 20^\circ C \quad \rightarrow \quad t = \frac{T_a - T_e}{\frac{P}{M_w \cdot c}} = \frac{80}{0,48} \frac{^\circ C}{sec} = 166 \text{ sec} \approx 3 \text{ min}$$

In der Praxis gibt es Integrationsverhalten nur in einer begrenzten Umgebung des Arbeitspunktes. Damit ist gemeint, dass die Aufheizung nur bis zu einem bestimmten Punkt erfolgt ( $100^\circ C$ ) für das behandelte Beispiel des Durchlauferhitzers.

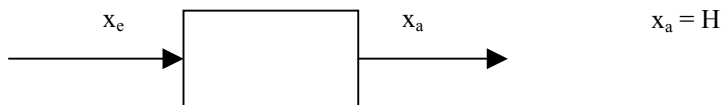
Bei einer Füllstandsregelung sind die Grenzen dadurch gegeben, dass der Behälter voll oder leer läuft.

**Beispiel 2: Regelung des Füllstandes bei einem Behälter**

$$H = H_0 + \frac{1}{A} \int_0^t (\dot{V}_e - \dot{V}_a) dt$$

Wenn  $H > H_{\max} \rightarrow$  Überlauf!

$x_e =$  Volumenstromdifferenz



In diesem Beispiel ist die Eingangsgröße  $x_e$  ( $\dot{V}_e - \dot{V}_a$ ), die Ausgangsgröße  $x_a$  der Füllstand  $H$ . Der Integratorbeiwert ist dann  $K_I = 1/A$ .

Diesen Integratorbeiwert muss man von den Einheiten her auf das Verhältnis der differenzierten Ausgangsgröße ( $d/dt H$ ) zur Eingangsgröße beziehen:

Beispiel:  $A = 1 \text{ m}^2$

$$K_I = 1/A = 1 \text{ m}^{-2} = 1 \text{ m/h} / (1 \text{ m}^3/\text{h})$$

Das bedeutet, wenn der Zulauf  $1 \text{ m}^3/\text{h}$  mehr hat als der Ablauf, steigt der Füllstand in einer Stunde um einen Meter an.

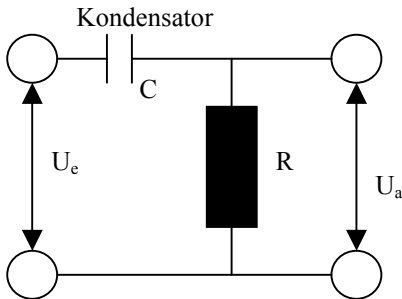
$\rightarrow$  Enthält eine Regelstrecke ein **Regelkreisglied mit I-Verhalten**, so spricht man von einer **Regelstrecke ohne Ausgleich**.

Damit ist anschaulich gemeint, dass bei der Temperaturregelung mit Ausgleich (Durchlauferhitzer mit  $PT_1$ -Verhalten) nach Aufbringen einer Sprungfunktion ein neuer stationärer Zustand erreicht wird (die Temperatur könnte sich im Bereich von  $40 \text{ }^\circ\text{C}$  einpegeln).

Bei einer Füllstandsregelung muss das nicht so sein. Hat der Zulauf mehr Volumenstrom als der Ablauf, läuft der Behälter über.

**5.6 DT<sub>1</sub>-Glied**  
**Differenzierendes Glied mit Verzögerung 1. Ordnung**

Elektrische Schaltung (mit nachgeschaltetem Verstärker kommt diese in Reglern vor).



Spannungen addieren sich zu 0

$$\longrightarrow U_e = \frac{q}{C} + U_a$$

$$U_a = I \cdot R \quad \leftarrow \text{Ohmsches Gesetz}$$

$$\dot{U}_e = \frac{q}{C} + \dot{U}_a$$

$$\dot{U}_e = \frac{U_a}{R \cdot C} + \dot{U}_a$$

$$\dot{q} = i$$

$$R \cdot C \cdot \dot{U}_a + U_a = R \cdot C \cdot \dot{U}_e$$

allgemein  $\tau \cdot \dot{X}_a + X_a = K_D \cdot X_e \quad \leftarrow \text{DGL des DT}_1\text{-Gliedes}$

Lösung für die Sprungfunktion DT<sub>1</sub>

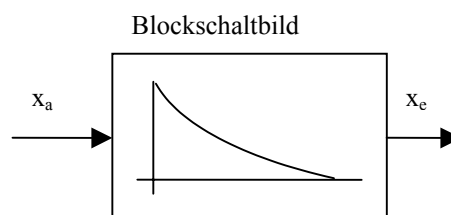
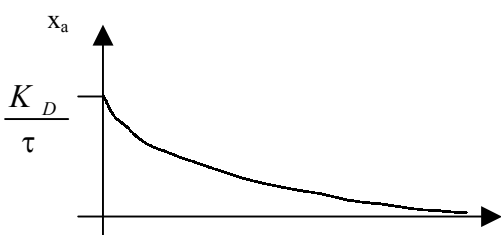
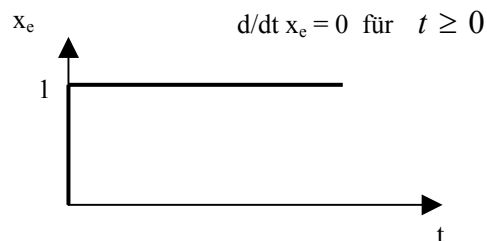
$$x_a(t) = \begin{cases} \frac{K_D}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}$$

$$\tau \cdot \dot{x}_a + x_a = K_D \cdot \dot{x}_e$$

Einsetzen für  $t \geq 0$  in die DGL

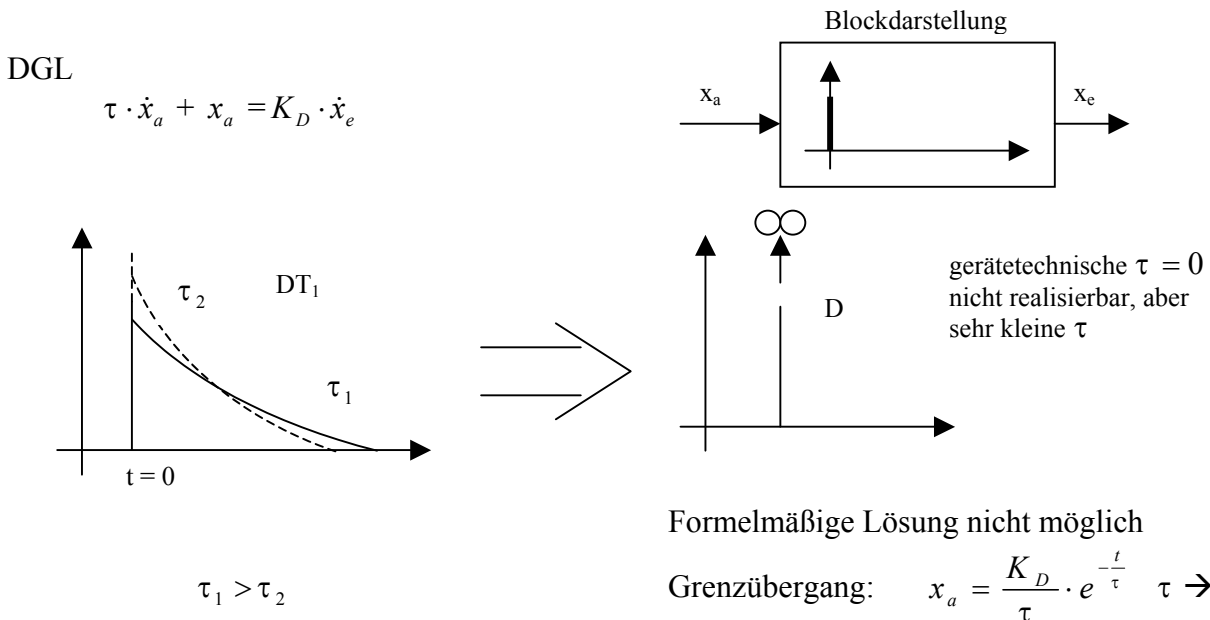
$$\tau \cdot \dot{x}_a + x_a = K_D \cdot \dot{x}_e$$

$$-\tau \cdot \frac{K_D}{\tau^2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{K_D}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

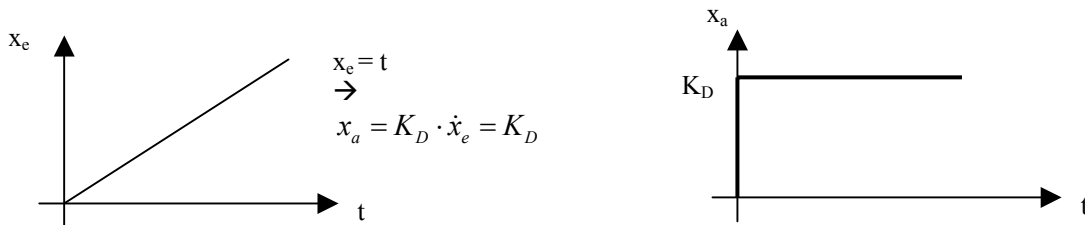


### 5.5 D-Glied

Differenzierendes Glied ohne Verzögerung, es ergibt sich aus dem DT<sub>1</sub>-Glied für  $\tau = 0$



Die Interpretation mit Rampenfunktion ist einfacher



Mathematisch gesehen ist es so, dass bei Anregung mit einer Sprungfunktion der Grenzübergang der Zeitkonstante  $\rightarrow 0$  dazu führt, dass ein „unendlich hoher“, aber auch „unendlich schmaler“ Impuls entsteht. So etwas ist keine stetige Funktion mehr, sondern eine sogenannte „Distribution“. Dabei kann man nachweisen, dass die Fläche unter dem Impuls gleich bleibt. Die Fläche entspricht der Stellenergie, die man einbringt.

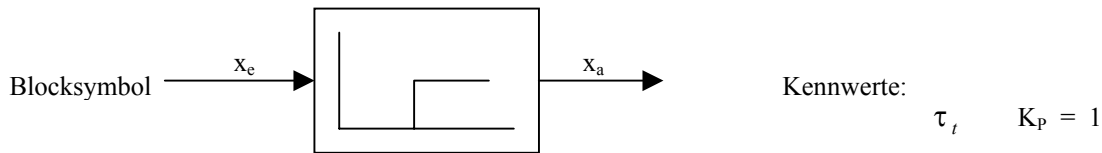
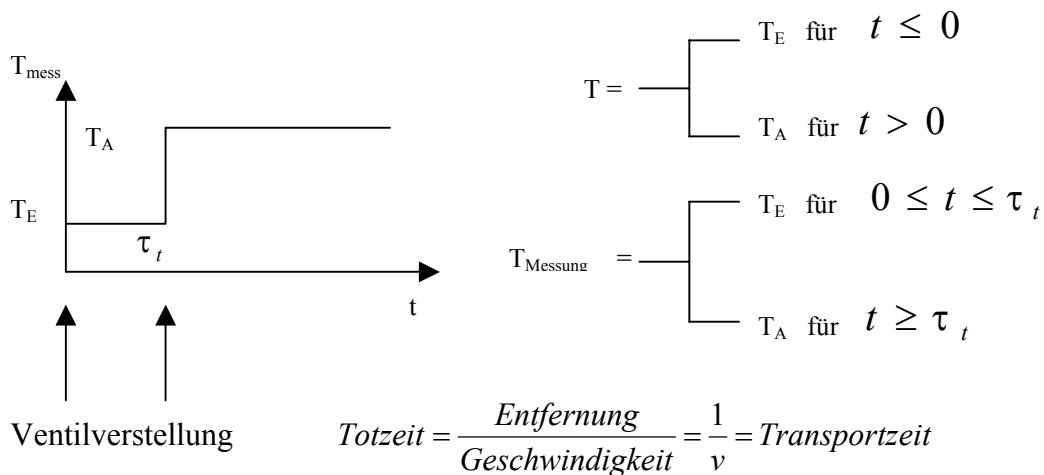
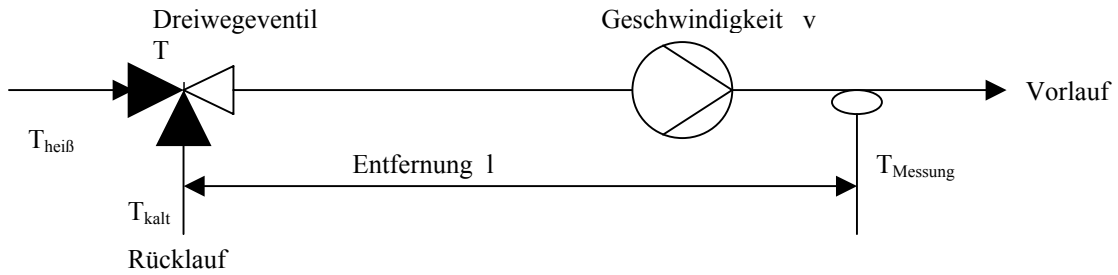
Anschauliches Beispiel:

Stellen Sie sich vor, dass sie im Handbetrieb einen Raum, der kalt ist, möglichst schnell auf eine bestimmte Temperatur bringen müssten. Dann würde man die Heizleistung voll „aufdrehen“ und nach einer gewissen Zeit die Leistung auf den dauerhaft gebrauchten Wert zurücknehmen. Das „kurzzeitig voll Aufdrehen“ entspricht dem durch einen D-Anteil aufgebrauchten vorübergehenden Impuls. Dieser hat „Anschiebefunktion“.

Der D-Anteil wird im PID-Regler verwendet und führt dazu, dass bei sprunghaftigen Veränderungen des Sollwerts, denen die Regelgröße möglichst schnell folgen soll (Beispiel Dampferzeuger), die Geschwindigkeit der Reaktion erhöht wird.

Der D-Anteil ist in solchen Situationen nur vorübergehend im Eingriff („Anschiebeimpuls“).

5.7  $T_t$ -Glied Totzeitglied

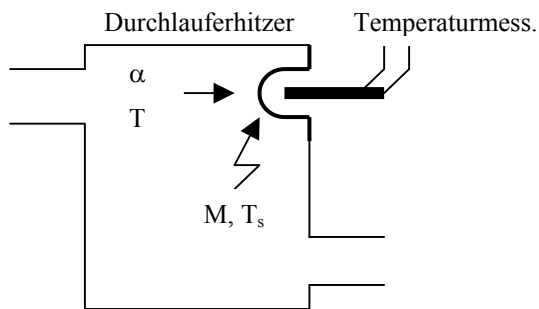


6. Elementare Regelkreisglieder Zusammenfassung

	DGL	Sprungantwort	Blocksymbol
P	$X_a = K_p \cdot X_e$	$X_a = K_p \cdot X_e$	
PT <sub>1</sub>	$\tau \cdot \dot{X}_a + X_a = K_p \cdot X_e$	$X_a = K_p \cdot X_e \cdot (1 - e^{-\frac{\tau}{t}})$	
I	$\dot{X}_a = K_I \cdot X_e$	$X_a = K_I \cdot X_e \cdot t$	
D	$X_a = K_D \cdot \dot{X}_e$	Impulsfunktion	
DT <sub>1</sub>	$\tau \cdot \dot{X}_a + X_a = K_D \cdot \dot{X}_e$	$X_a = \frac{K_p}{\tau} X_e \cdot e^{-\frac{\tau}{t}}$	
T <sub>t</sub>	$X_a(t) = K_p \cdot X_e \cdot (t - \tau_t)$	$X_a = \begin{cases} 0 & \text{für } t < \tau_t \\ K_p \cdot X_e & \text{für } t \geq \tau_t \end{cases}$	



## 7. Verschaltung elementarer Regelkreisglieder



M ..... wirksame Masse des Meßsystems  
 c ..... Wärmekapazität  
 α ..... Wärmeübergangskoeffizient  
 A ..... eingetauchte Fläche

### 7.1 Energiebilanz für ein Temperaturmesssystem:

$$M \cdot c \cdot \frac{dT_s}{dt} = \alpha \cdot A (t - T_s)$$

↑  
Energie für das Aufheizen des Sensors

$$\frac{M \cdot c}{\alpha \cdot F} \cdot \frac{dT_s}{dt} = T - T_s$$

$$\tau \cdot \dot{T}_s = K_p \cdot T - T_s \quad \text{Standardform der DGL für Verhalten 1. Ordnung}$$

→ Parameter können durch Vergleich mit der Standardform abgelesen werden:

$$\tau = \frac{M \cdot c}{\alpha \cdot F} \quad K_p = 1$$

Das oben dargestellte System kommt in der praktischen Anwendung häufig vor:

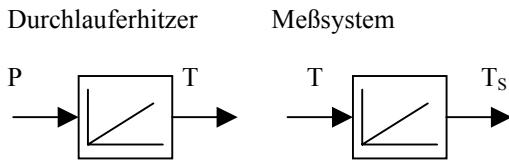
- Durchlauferhitzer mit Temperaturfühler
- Warmwasserspeicher mit Temperaturfühler
- Brennraum mit Temperaturfühler
- Raumtemperaturregelung

Da der Fühler bei Temperaturänderungen aufgeheizt oder abgekühlt werden muss, ergibt sich jeweils ein „Hinterherhinken“ hinter der eigentlichen Prozesstemperatur:

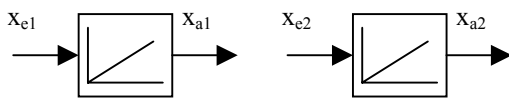
- Steigt die Prozesstemperatur an      wird tendenziell zu wenig angezeigt
- Fällt die Prozesstemperatur      wird tendenziell eine zu hohe Temperatur angezeigt

Der Effekt ist umso ausgeprägter, je größer die Zeitkonstante des Fühlers im Verhältnis zu der des Prozesses ist.

Allgemein geht es um die serielle Verschaltung zweier PT<sub>1</sub>-Glieder. Die Vorgehensweisen, die sich daraus ganz allgemein ergeben, lassen sich dann auf Verschaltungen mehrerer PT<sub>1</sub>-Elemente leicht übertragen. Damit bekommt man ein Instrument, um typische Regelstrecken aus der Praxis zu modellieren.



Allgemein



Die beiden PT<sub>1</sub>-Elemente werden jetzt verkoppelt, indem das Ausgangssignal des ersten zum Eingangssignal des zweiten gemacht wird. Dem entspricht das Ineinandereinsetzen der zugehörigen Gleichungen. Da es sich um Differentialgleichungen handelt, müssen neben der Zwischengröße auch deren Ableitungen eliminiert werden. Der Unterschied zu einer algebraischen Gleichung ist dann, dass zweimal hintereinander eingesetzt werden muss:

$$x_{e2} = x_{a1} \text{ Verschaltung}$$

$$\tau_2 \cdot \dot{x}_{a2} + x_{a2} = K_{P2} \cdot x_{e2} = K_{P2} \cdot x_{a1}$$

Differenzieren und mit  $\tau_1$  multiplizieren liefert (das macht man, um die Ableitung aus der ersten Gleichung bequem einsetzen zu können):

$$\begin{aligned} \tau_1 \cdot \dot{x}_{a1} + x_{a1} &= K_{P1} \cdot x_{e1} && \text{1. Einsetzvorgang} \\ \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \ddot{x}_{a2} + \tau_1 \cdot \dot{x}_{a2} &= K_{P2} \cdot \dot{x}_{a1} \cdot \tau_1 && \downarrow \\ &= K_{P2} \cdot (K_{P1} \cdot x_{e1} - x_{a1}) && \text{einsetzen} \\ &= K_{P2} \cdot K_{P1} \cdot x_{e1} - K_{P2} \cdot x_{a1} && \uparrow \text{2. Einsetzvorgang} \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \ddot{x}_{a2} + \tau_1 \cdot \dot{x}_{a2} = K_{P1} \cdot K_{P2} \cdot x_{e1} - \tau_2 \cdot \dot{x}_{a2} - x_{a2}$$

wird:

$$\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \ddot{x}_{a2} + (\tau_1 + \tau_2) \cdot \dot{x}_{a2} + x_{a2} = K_{P1} \cdot K_{P2} \cdot x_{e1}$$

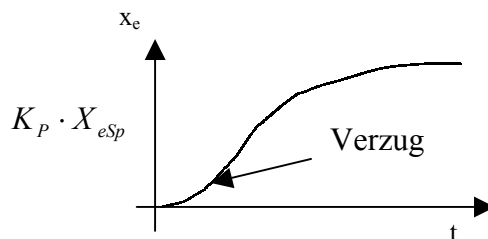
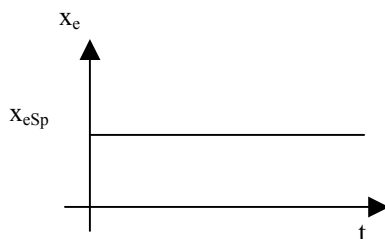
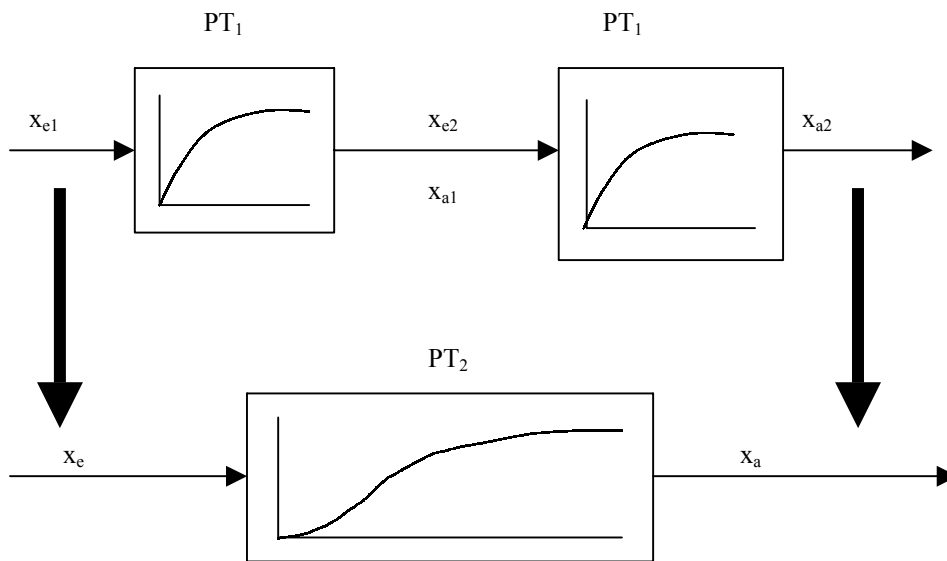
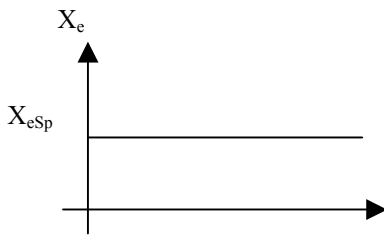
Diese Gleichung bezeichnet man als lineare Differentialgleichung 2. Ordnung. Die Lösung kann durch Laplace-Transformation ermittelt werden.

Es ergibt sich eine Lösung folgender Form: Faktor  $(1 - e^{-t/\tau_1} + e^{-t/\tau_2})$

Daran sieht man, dass wie im Fall des PT<sub>1</sub>-Verhaltens  $\sim (1 - e^{-t/\tau})$  sich die e-Funktions-Faktoren  $e^{-t/\tau}$  ergeben, nur dass es diesmal zwei sind.

Die Serienschaltungen mit mehr als zwei PT<sub>1</sub>-elementen nennt man dann PT<sub>n</sub>-Elemente und die Anzahl der e-Funktions-Faktoren beträgt dann n.

$$x_a(t) = K_{P2} \cdot K_{P1} \cdot x_{eSp} \left( 1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$



$$K_P = K_{P2} \cdot K_{P1}$$

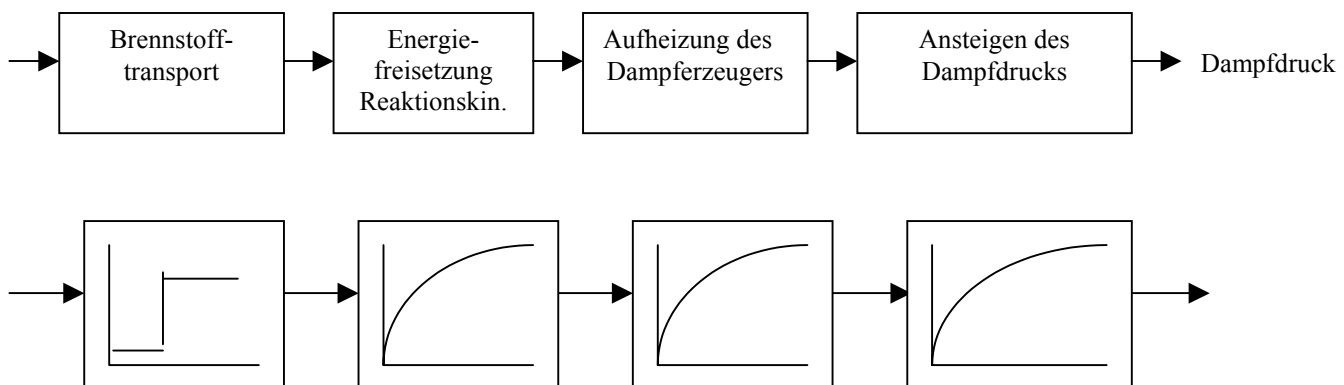
Die Proportionalbeiwerte multiplizieren sich. Wenn man eine Strecke modelliert, verwendet man auch die Bezeichnung  $K_S$  ( S steht für die gesamte Strecke) für das Produkt aller  $K_P$ -Werte.

Als wesentlich neuer Effekt ergibt sich der sogenannte Verzug. Nach dem Aufbringen der Sprungfunktion reagiert die Regelgröße nicht sofort mit einem Anstieg, sondern erst nach einem zeitlichen Verzug. Mathematisch gesehen beginnt die Kurve der Übergangsfunktion der Regelstrecke mit der Steigung 0. Dieser Effekt prägt sich immer deutlicher aus, wenn die Anzahl der  $PT_1$ -Elemente größer wird.

## 7.2 Beispiele für Regelstrecken höherer Ordnung:

Bei vielen technischen Anwendungen kann man zumindest vereinfacht eine Serienschaltung von  $PT_1$ -Elementen und Totzeiten ansetzen. Die Totzeiten werden einfach summiert und ergeben eine Gesamttozeit. Die  $PT_1$ -Elemente werden auf die beschriebene Art in einer Serienschaltung kombiniert. Mathematisch gesehen spielt die Reihenfolge der Elemente keine Rolle. Aus der technischen Sicht allerdings stellt man sich den Signalfluss immer in der logischen Reihenfolge vor. Die Totzeiteffekte werden allerdings alle zusammengefasst.

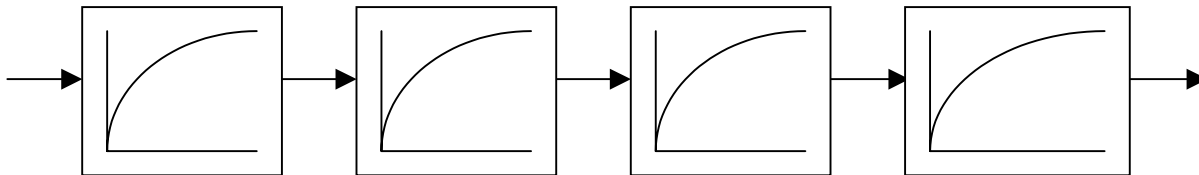
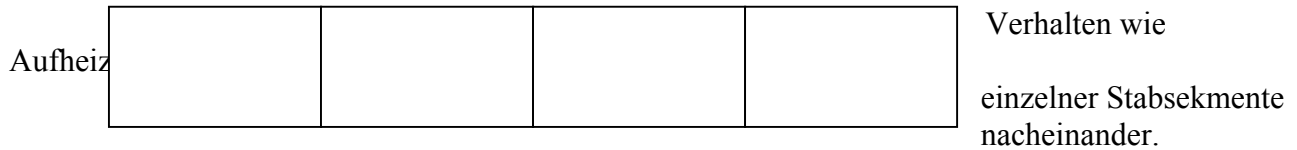
### 7.2.1 Beispiel 1: Dampferzeuger /Kraftwerk



#### Mehrere $PT_1$ -Glieder / Totzeitglieder in Reihenschaltung

Alle Effekte, die als Transportvorgänge zu betrachten sind, wie die Totzeit beim Transport, aber auch Durch Wärmeleitung in den Wärmetauscherflächen erzeugte Effekte werden in einer Totzeit zusammengefasst, die aber in der Regel nach dem Haupteffekt benannt wird.

### 7.2.2 Beispiel 2: Instationäre Wärmeleitung in einem Stab

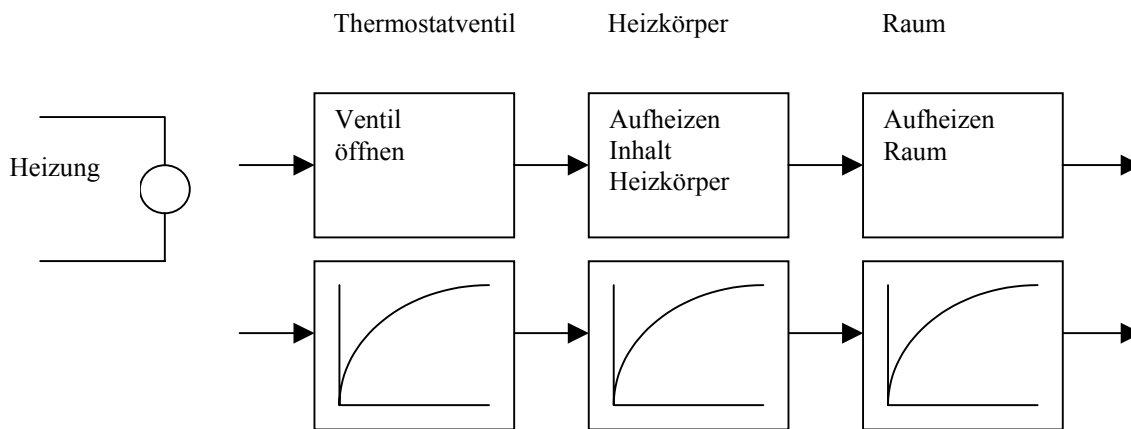


Man kann den Vorgang ganz prinzipiell von der Fourier-schen Wärmeleitungsgleichung ausgehend beschreiben. Anschaulicher wird es, wenn man den Stab in einzelne Segmente zerteilt und für jedes dieser Segment eine Energiebilanz aufstellt. Dann wird jedes Stabelement durch PT1-Verhalten beschrieben.

Beim ersten und beim letzten Segment ergeben sich räumliche Randbedingungen, d. h. man muss festlegen, auf welche Weise Wärme eingebracht oder abgenommen wird.

Man bekommt dann ein PTn-Modell. Die Anzahl der Segmente ist wählbar. Wenn man mehr Segmente verwendet, wird die Genauigkeit und der Rechenaufwand immer größer. Es wird dann ein Kompromiss genommen.

### 7.3.3 Beispiel 3: Raumheizung



Bei der Raumheizung hat man einen Vorgang, bei dem man gut sehen kann, wie man die Modellierung gröber oder feiner aufbauen kann. Wenn man sich die Verhältnisse betrachtet, dann sieht man, dass man grob drei Aufheizvorgänge hat:

1. Das Thermostatventil wird abgekühlt, z. B. durch fallende Raumtemperatur und öffnet dann. Dieser Vorgang kann durch eine Energiebilanz grob beschrieben werden (PT<sub>1</sub>-Verhalten).
2. Dann wird der Heizkörper aufgeheizt. Das ist ein komplexer Vorgang, der wieder grob durch eine Energiebilanz, aber auch verfeinert durch eine Regelstrecke höherer Ordnung (die man aus Modellbibliotheken bekommt) beschrieben werden kann.
3. Dann heizt sich durch Zunahme der Konvektion die Luft im Raum auf und anschließend reagieren noch die Hüllflächen des Raums. Dies ist schon ein ziemlich komplexer Vorgang, für den sehr fein ausgearbeitete Modelle zugrunde gelegt werden könnten. Da man aber sehr unterschiedliche Hüllflächen in Räumen haben kann, kann man auch zunächst mit einem sehr vereinfachten Modell starten.

Falls nur PT<sub>1</sub> – Elemente vorkommen beziehungsweise verwendet werden, definiert deren Anzahl die Ordnung in der Strecke.

Der angegebene Ansatz ist also ziemlich vereinfacht. Man kann nun beispielsweise ein weiteres Glied hinzufügen, das als Totzeitglied die restlichen Verzögerungen und Effekte beschreiben soll. Dann spricht man von einem halbempirischen Modell, das aus einfachen physikalisch motivierten Ansätzen besteht und durch empirische Modellanteile ergänzt wird. In der technischen Anwendung geht man also sehr praxisorientiert vor und versucht das Problem dadurch mit einem vertretbaren Aufwand zu beschreiben. Damit nicht jeder wieder von vorne mit dieser Arbeit beginnen muss, gibt es Modellbibliotheken, aus denen man Teilmodelle entnehmen kann.

### 7.3 Ersatzschaltung für Strecken höherer Ordnung

Ein weiteres Verfahren, um für Regelstrecken höherer Ordnung, wie sie in der Praxis auftreten, ein Modell zu erstellen, ist das Verfahren der Ersatzschaltung. Dabei benutzt man ein empirisches Modell. Damit ist gemeint, dass man kein Wissen über die inneren Prozesse der Regelstrecke voraussetzt. Betrachtet man eine einschleifige Regelstrecke mit Ausgleich, die durch eine Serienschaltung darstellbar ist, dann ist klar, dass die Strecke aus einer Serienschaltung von  $PT_1$ -Elementen und Totzeiten bestehen wird. Diese kombinieren dann zu einem Verhalten, wie es indem nachstehenden Bild gezeigt ist. Man spricht von einer Regelstrecke höherer Ordnung mit Verzug. Die Idee ist nun, dass man sich das einfachste empirische Modell sucht, das denkbar ist. Dieses besteht aus einer Serienschaltung, wobei *ein* Totzeit-Element und *ein*  $PT_1$ -Element kombiniert werden.

Um die Parameter dieses empirischen Modells bestimmen zu können, müssen Anlagenversuche durchgeführt werden oder Erfahrungen aus früheren Anlagenversuchen vorliegen. Typische Daten, die man aus Anlagenversuchen erhält, sind in dem nachstehenden Bild eingezeichnet. Sie werden gewonnen, indem die Stellgröße mit einer Sprungfunktion beaufschlagt wird; mit der Veränderung  $x_{e,SP}$  in der Eingangsgröße. Die Regelgröße (allgemein Ausgangsgröße) reagiert mit ihrer Übergangsfunktion (nachstehendes Bild). In der Regel sind diese Messdaten auch von (kleinen) Störungen überlagert.

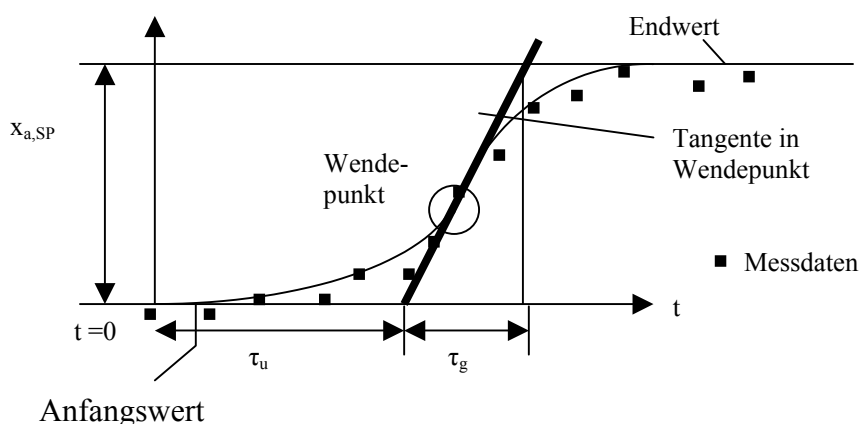
Für die Auswertung gibt es die Methode „von Hand“ und die Methoden am Rechner:

Die Methode „von Hand“:

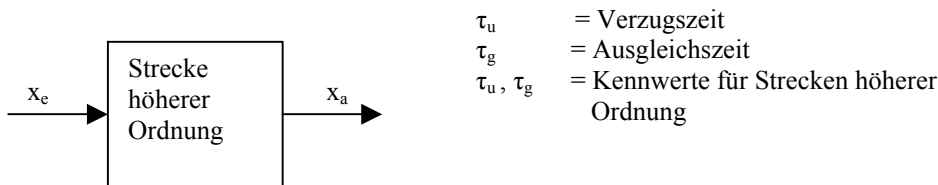
Ermittlung der Strecken-Parameter  $K_S$ ,  $\tau$  für das  $PT_1$ -Verhalten und  $\tau_t$  für die Totzeit von Hand durch die Wendepunktkonstruktion. Dazu wird der Wendepunkt der S-förmigen Kurve bestimmt und dort die Wendepunktstangente eingezeichnet. Diese schneidet den waagrecht verlängerten Anfangswert und den waagrecht verlängerten Endwert der Übergangsfunktion. Vom Schnittpunkt mit dem Endwert aus wird das Lot gefällt auf die waagrechte Gerade des Anfangswertes. Es entstehen zwei Streckenabschnitte; die Verzugszeit  $\tau_u$  und die Ausgleichszeit  $\tau_g$ . Daneben wird der Streckenproportionalbeiwert  $K_S$  bestimmt aus  $K_S = x_{a,SP} / x_{e,SP}$ . Diese Werte werden dann in das empirische Modell eingebracht.

*Vorschau: Mit diesem Modell und einem dazu passenden Regler wird später das Regelkreisverhalten simuliert. Dadurch lässt sich der Regelkreis bereits vor der Inbetriebnahme in seinem Verhalten bis zu einem gewissen Punkt optimieren.*

Verlauf des Ausgangssignals:

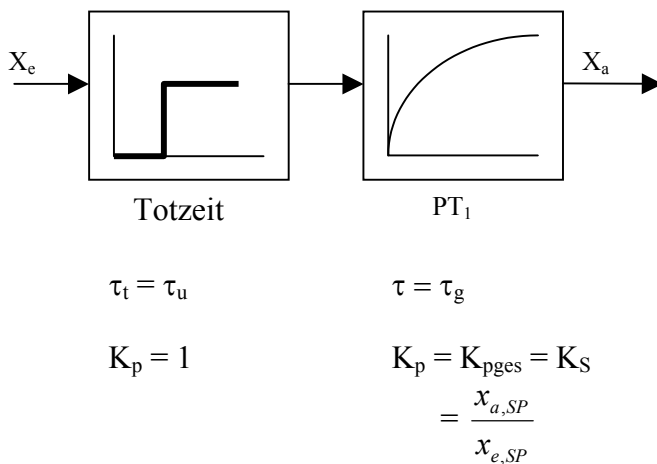


### 7.3.1 Auswertung



Das empirische Modell, das das Streckenverhalten darstellt, ist im nachstehenden Bild dargestellt. Die Verzugszeit  $\tau_u$  wird dem Totzeitverhalten zugeordnet und die Ausgleichszeit  $\tau_g$  dem  $PT_1$ -Verhalten.

### 7.3.2 Ersatzschaltung



### 7.3.3 Schwierigkeitsgrad

$$S = \frac{\tau_u}{\tau_g} \quad S = \frac{n-1}{10}$$

ist ein Maß für  
die Regelbarkeit  
und Ordnung  $n$ .

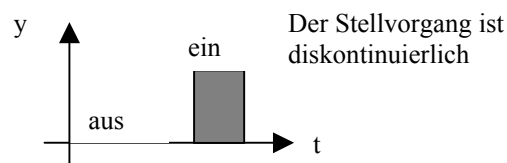
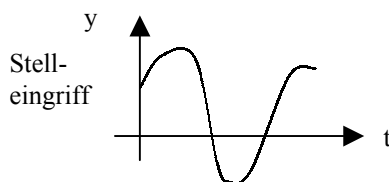
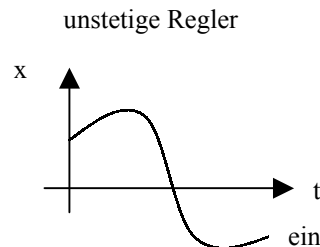
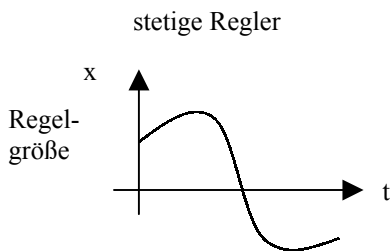
Der Schwierigkeitsgrad als Verhältnis der Zeitkonstanten ist ein Maß dafür, welche Ergebnisse man mit einer Regelung überhaupt erzielen kann. Das größte Problem für den Regler ist der Verzug, weil dann (nach einem Eingriff) noch keine Reaktion der Strecke sichtbar ist. Je größer die Verzugszeit im Verhältnis zur Ausgleichszeit, um so schlechter sind die Regelergebnisse.

Man kann auch die Ordnung der Strecke abschätzen. Damit ist gemeint, dass man anhand des Schwierigkeitsgrades grob sagen kann, wie viele  $PT_1$ -Elemente in der Strecke vorhanden sind.

Wichtig: Die gewählte Typ des Streckenmodells ist nicht der einzige. Es gibt noch weitere genauere Approximationen. Diese werden mit dem Rechner bestimmt (Praktikum).



## 8. Reglertypen



### Gerätetechnische Realisierung

- auf Mikroprozessorbasis
- elektronisch, elektrisch
- pneumatisch, hydraulisch
- mechanisch

### Unterscheidung

- mit Hilfsenergie
- ohne Hilfsenergie

Heute sind fast alle Regler auf der Basis von Mikroprozessorsystemen mit zugehörigen Betriebssystemen und Programmbausteinen realisiert (z. B. Kompaktregler wie die typische Heizungsregelung und speicherprogrammierbare Steuerungen SPS).

Ein Beispiel für einen mechanischen Regler ist das Thermostatventil. Eine Substanz über dem Ventilschaft, die sich bei Temperaturerhöhung ausdehnt, drückt diesen in Schließrichtung. Damit wird der Volumenstrom durch das Ventil und damit die Heizleistung vermindert. Dieses Verhalten nennt man Proportionalverhalten.

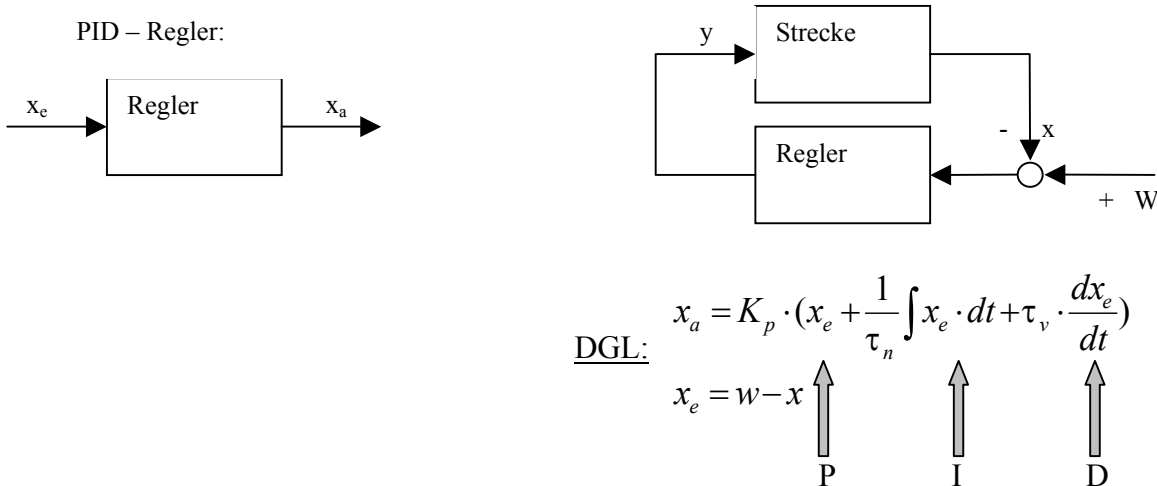
Dies entspricht dem, was man im landläufigen Sinne unter Regelung versteht: Die Temperatur steigt an und gleichzeitig wird die Heizleistung proportional vermindert (und umgekehrt). Die Verhältnisse sind in Wirklichkeit komplizierter. Um zu reagieren, muss sich das Thermostatventil aufheizen. Das erfordert Zeit (PT1-Verhalten/ Regelstrecke höherer Ordnung). Ein Nachteil der Proportionalregelung ist, dass sie nicht genau regelt. Daher werden durch weitere Anteile (Integralanteil I und Differentialanteil D) bei Regelungen in der Anlagentechnik die Eigenschaften der Regelung verbessert.

Unstetige Regler sind bei Ölheizkesseln die Systeme, bei denen der Brenner nur ein- und ausschalten kann, aber keine Zwischenwerte möglich sind. Das Gleiche gilt für kleinere thermische Solaranlagen zur Warmwasserbereitung in Ein- und Mehrfamilienhäusern.

Regler ohne Hilfsenergie entnehmen ihre Antriebsenergie aus der Umgebung. Beim Thermostatventil wird für die thermische Ausdehnung die Wärmeenergie des Raumes genutzt.

### 8.1 Stetige Regler / Übersicht

Zunächst soll in Form einer Übersicht das Verhalten des PID-Reglers erklärt werden, wobei das Integralverhalten und die Kombination PI wesentlich für das Verständnis sind. Bei allen anlagentechnischen Aufgabenstellungen, bei denen es auf eine genaue Regelung ankommt, wird mindestens der PI-Regler eingesetzt.



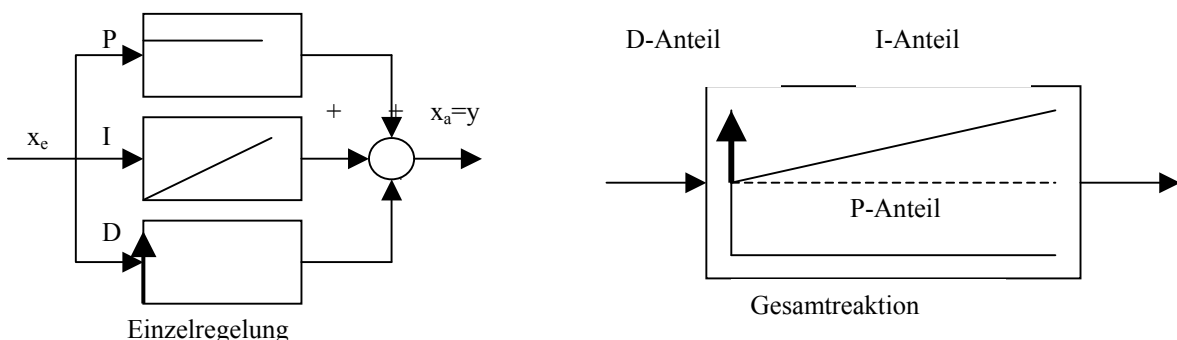
Die Einstellparameter des Reglers sind:

$K_P$  Proportionalbeiwert; wird auch als  $K_{PR}$  oder  $K_R$  bezeichnet.

$K_I$  Integralbeiwert  $K_I = K_P/\tau_N$   
 Bei den deutschen Systemen wird  $K_P$  zur gemeinsamen Reglerverstärkung gemacht und der I-Anteil über die Einstellung der Nachstellzeit  $\tau_N$  bestimmt. In angloamerikanischen Systemen wird  $K_I$  stattdessen verwendet.

$K_D$  Der D-Anteil  $K_D = K_P * \tau_V$ . Bei den deutschen Systemen wird wieder  $K_P$  zur gemeinsamen Reglerverstärkung gemacht und der D-Anteil über die Einstellung der Vorhaltezeit  $\tau_V$  bestimmt. In angloamerikanischen Systemen wird  $K_D$  stattdessen verwendet.

Die Bedeutung aller Parameter wird in späteren Teilen der Vorlesung erläutert. Zur Nachstellzeit sei hier schon gesagt, dass sie beschreibt, nach welcher Zeit im Anschluss an eine Sollwertänderung der neue Wert in etwa erreicht wird. Diese Reglerparameter werden auf die Strecke abgestimmt. Für jede neue Strecke mit anderem Zeitverhalten ergeben sich andere Parameter.

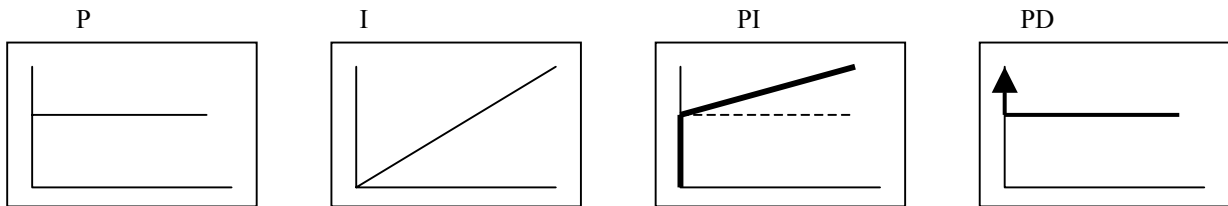


Der Regler funktioniert so, dass er aus unabhängigen Teilreglern entsteht, die alle ihre eigenen Stellgrößen erzeugen also  $y_P$ ,  $y_I$  und  $y_D$ . Diese Stellgrößen werden dann zur Bildung der endgültigen Stellgröße addiert:

$$y = y_P + y_I + y_D$$

Mit diesem Verfahren sind natürlich eine ganze Reihe anderer Reglertypen ableitbar, die Untergruppen aus den drei Anteilen darstellen:

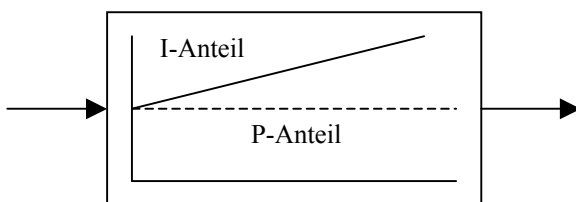
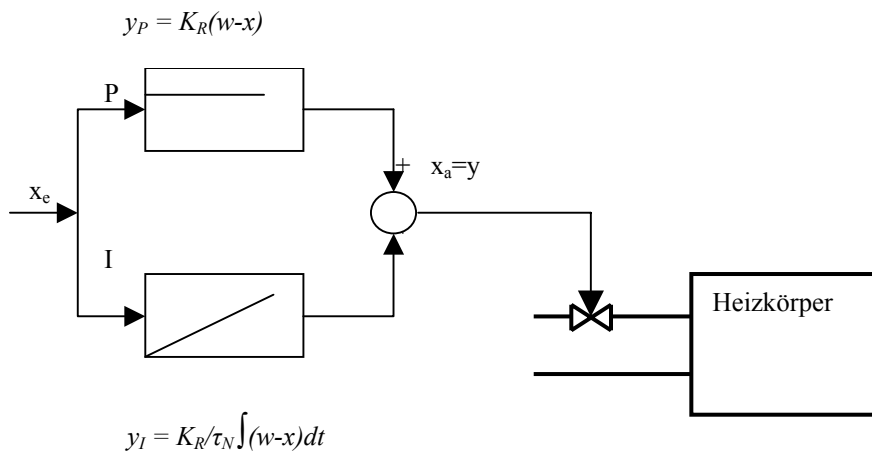
### 8.1.1 Andere Reglertypen (ableitbar aus PID – Regler)



### 8.1.2 Funktion des Integralanteils bei der Regelung

Zunächst soll zur Übersicht die Funktion des Integralanteils erklärt werden, weil man damit das grundsätzliche Verständnis für die Konzepte der stetigen Regelung gewinnt.

Als anschauliches Beispiel sei ein Einzelraumregler (im einfachsten Fall ein elektronisches Thermostatventil) mit PI-Charakteristik betrachtet:



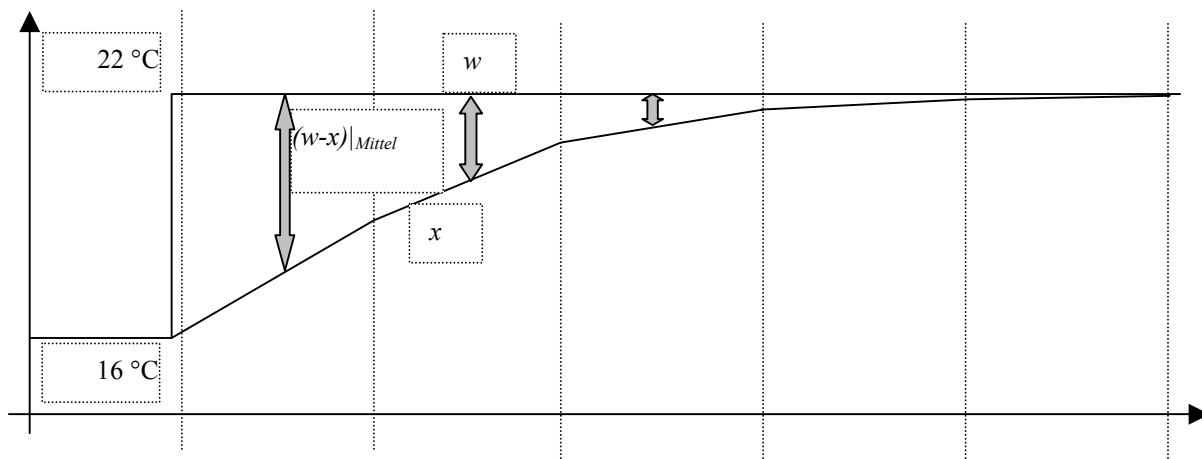
Gesamtreaktion

Die Regelgröße ist die Raumtemperatur. Betrachtet wird eine Sollwertveränderung, die sprungförmig aufgebracht wird, also zum Beispiel nach einer Nachtabsenkungsphase:

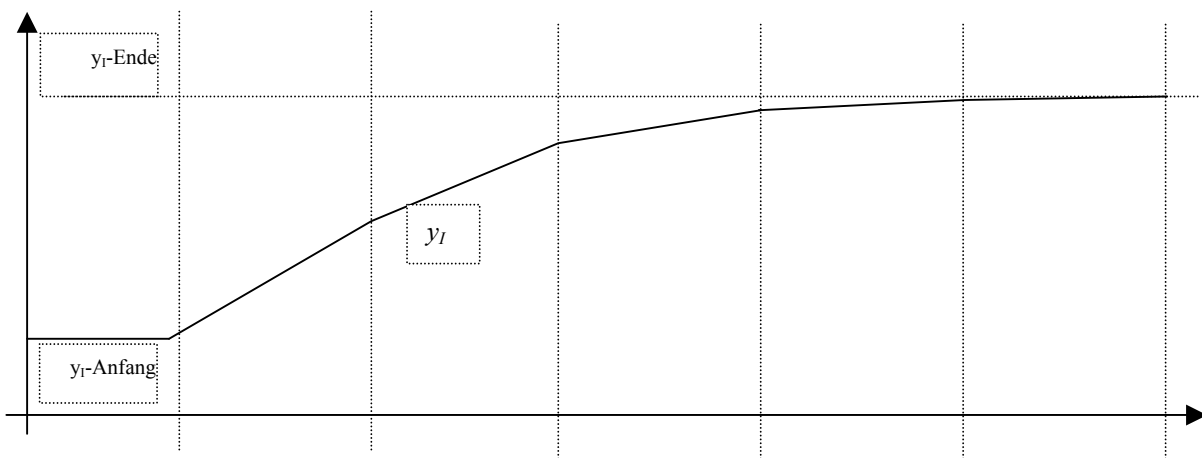
Nachtbetrieb: 22 h - 6 h  $w = 16\text{ °C}$       Tagbetrieb: 6 h - 22 h  $w = 22\text{ °C}$

Um 6 h wird umgeschaltet von  $16\text{ °C}$  auf  $22\text{ °C}$ . Diese Situation soll betrachtet werden, um die Wirkung des I-Anteils deutlich zu machen.

Betrachtet wird zunächst die reine I-Regelung:



$$y_I = K_R/\tau_N \int (w-x) dt = K_R/\tau_N \cdot (w-x)|_{Mittel} \cdot t + y_{I,alt}$$



Wie man sieht, kann man die Wirkung des Integralanteils näherungsweise in den gestrichelten Abschnitten durch jeweils eine lineare Funktion in der Zeit beschreiben. Es ergeben sich dann die gezeigten Verläufe. An der Gleichung wird deutlich, dass die Integration solange weitere Beiträge erbringt, bis die Regelabweichung  $(w - x)$  zu Null geworden ist. Das ist die Eigenschaft, die man sich wünscht.

Man bezeichnet  $(w - x)|_{stationär}$  als die *bleibende Regelabweichung*. Wenn diese verschwindet, spricht man von einer *stationär genauen Regelung*. Es gilt dann:

$$w - x = 0$$

Betrachtet man zum Vergleich die reine P-Regelung, dann zeigt die Gleichung, dass dies nicht erreicht werden kann:

$$y_P = K_P \cdot (w - x)$$

Für  $(w - x)|_{stationär} = 0$  müsste nämlich gelten  $\rightarrow y_P = 0$

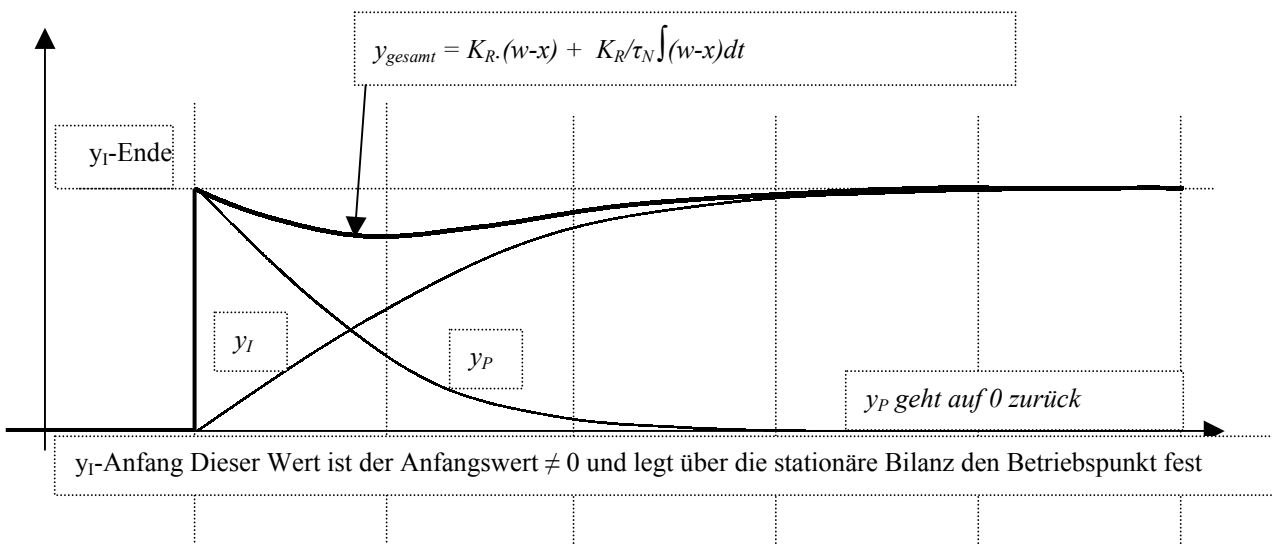
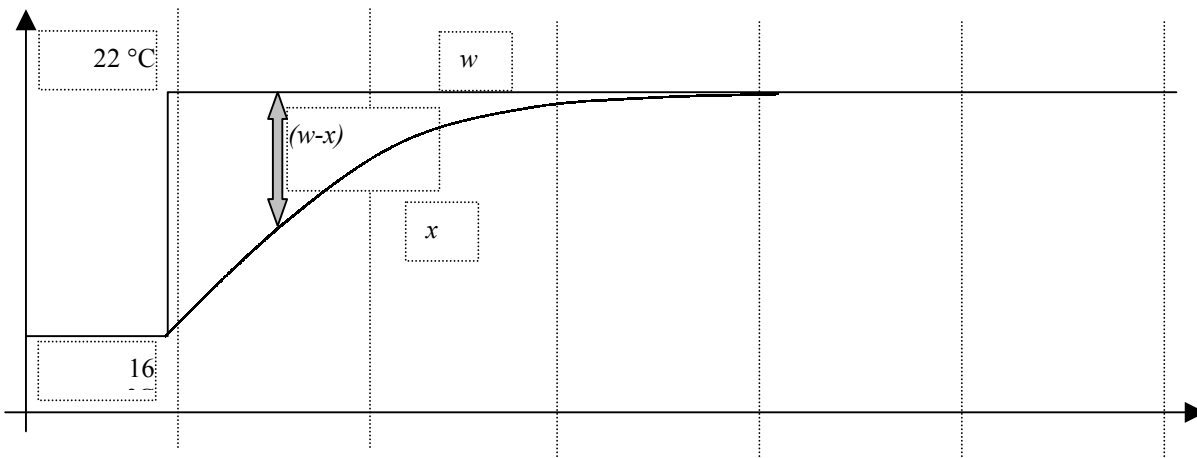
Dies kann aber aus energetischen Gründen nicht sein, sonst würde der Heizkörper keine Leistung einbringen und man hätte keinen Heizbetrieb. Daher gilt für den reinen P-Regler (Thermostatventil):

$$w - x \leq 0$$

Das Problem kann man zwar beim Thermostatventil beseitigen, wenn man den Sollwert entsprechend hoch dreht, also über die 22 °C hinaus. Deshalb enthalten die mechanischen Thermostatventile nur eine relative Einstellskala für den Sollwert.

Das gleiche Problem entsteht aber auch bei Störgrößen und dort lässt es sich nur mit der PI-Funktion beherrschen. Wenn man also Überheizungen in Räumen, die zeitlich variierende innere Wärmequellen haben (z. B. unterschiedliche Personenbelegung) vermeiden will, dann ist es sinnvoll Raumtemperaturregelung mit PI-Verhalten einzusetzen. Im zeitlichen Durchschnitt wird dann der durch den Sollwert vorgegebene Wert eingehalten.

Das folgende Bild zeigt den Einschwingvorgang, wenn ein PI-Regler verwendet wird und die beiden Anteile additiv zusammenwirken:



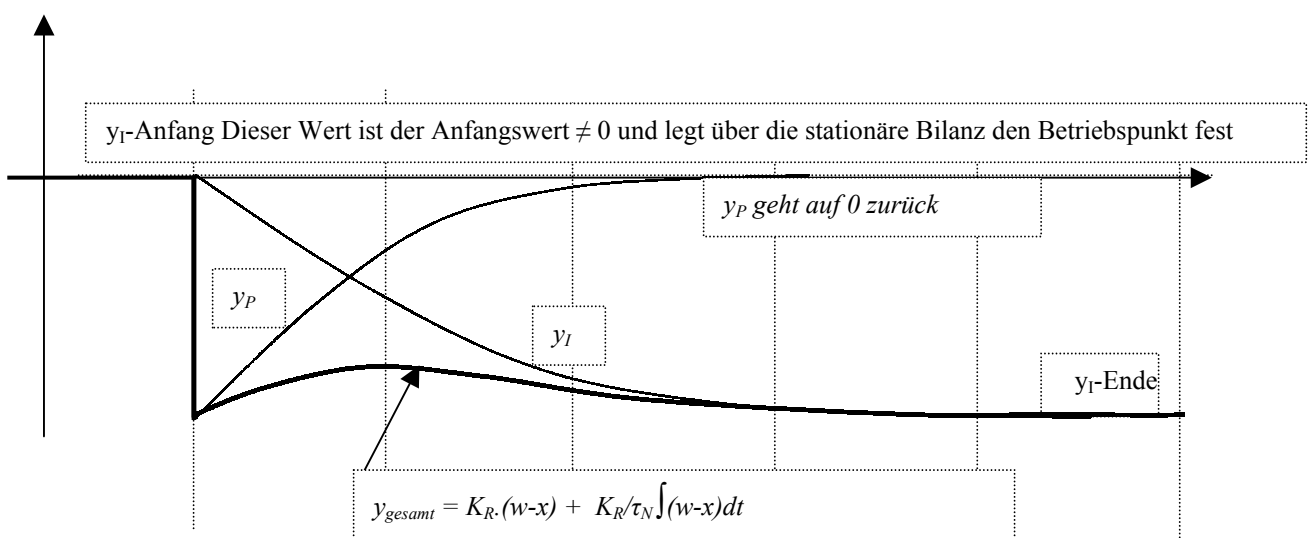
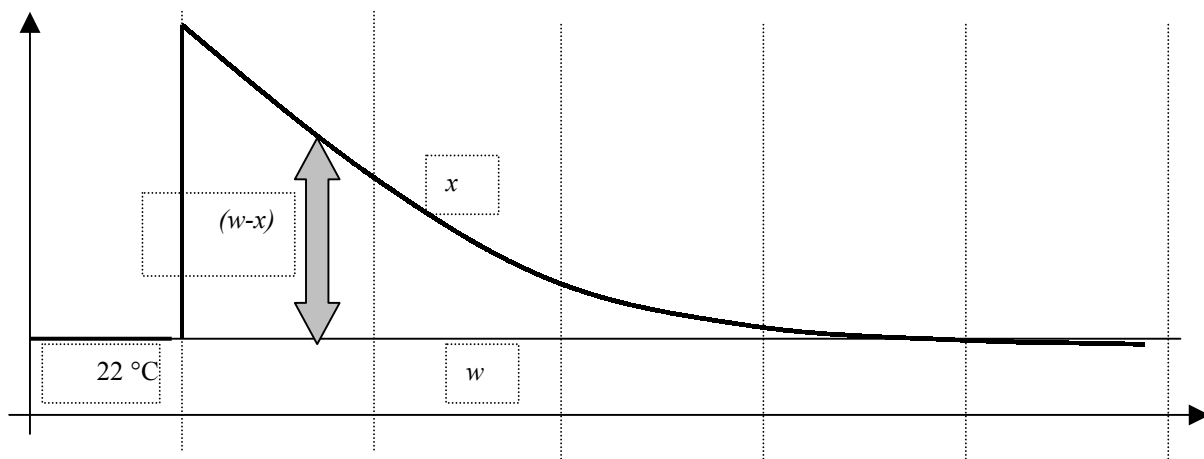
Wenn man das letzte Bild betrachtet, dann sieht man, dass am Anfang der Proportionalanteil der Stellgröße  $y_p$  einen Sprung ausführt; dieser entspricht der sprungförmigen Sollwertveränderung. Der P-Anteil geht anschließend wieder auf 0 zurück entsprechend der Gleichung  $y_p = K_P \cdot (w - x)$ , nämlich dann, wenn durch den I-Anteil der Ausgleich  $(w - x) = 0$  nahezu erreicht worden ist.

### Folgerung für den PI-Regler:

**P-Anteil** Der P-Anteil hilft nur vorübergehend mit und macht den Vorgang schneller.

**I-Anteil** Der I-Anteil macht die eigentliche „Arbeit“. Damit ist gemeint: Er sorgt dafür, dass die Energiebilanz erfüllt wird. Wenn also für 22 °C Raumtemperatur 1.5 kW Wärmeleistung benötigt werden und dieser Wert bei 75 % Ventilstellung erreicht werden, dann fährt der I-Anteil (bei richtiger Abstimmung) so lange, bis dieser Wert vorliegt.

Wenn dann bei einer Störung (z. B. Personen betreten den Raum) zusätzliche Wärmeleistung eingebracht wird, dann arbeiten beide Anteile wieder zusammen und der I-Anteil sorgt dafür, dass die Temperatur am Ende dieses neuen Regelvorgangs wieder bei 22 °C liegt. Das bedeutet, wenn die innere Wärmequelle 1 kW (10 Personen) beträgt, dann wird die Wärmeleistung auf 0.5 kW zurückgefahren. Damit wird die eingebrachte Wärme voll für die Beheizung genutzt und es tritt keine Überheizung auf.



## 8.2 Unstetige Regler

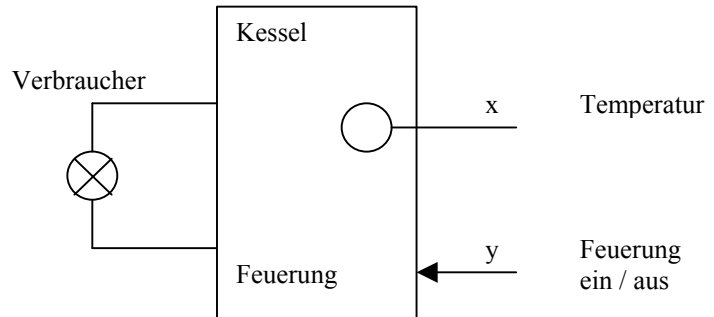
### 8.2.1 Beispiel: Zweipunktregler ohne Schaltdifferenz

Als einführendes Beispiel soll ein Heizkessel betrachtet werden. Der Brenner kann nur ein- oder ausgeschaltet werden. Damit entsteht das Zweipunktverhalten; der Sollwert ist beispielsweise 60 °C.

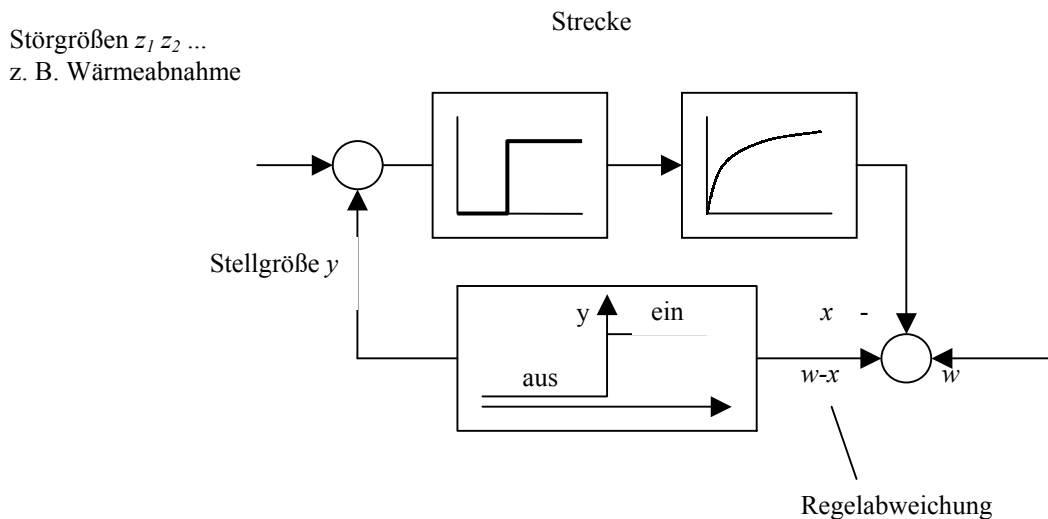
Wenn die Temperatur über 60 °C liegt, schaltet der Brenner ein, fällt sie darunter, schaltet er aus. Durch die „Trägheit“, gemeint ist der Verzugseffekt, reagiert die Temperatur beim Ausschalten nicht sofort, sondern läuft ein Stück noch hoch, bevor sie wieder umkehrt. Anschaulich ist das darauf zurückzuführen, dass in den Wärmetauschern durch die vorhergehende Befeuerung noch Wärme gespeichert ist, die auf der Wasserseite zunächst noch wirksam wird.

Es ergibt sich also ein Vorgang, der aus regelmäßigem Ein- und Ausschalten besteht. Dabei soll die Beschreibung wieder so aufgebaut werden, dass man für den Kessel eine Regelstrecke höherer Ordnung voraussetzt, wobei die modellmäßige Approximation durch die serielle Kombination aus Totzeit- und PT1-Verhalten dargestellt wird. Für die Anschaulichkeit kann man sich vorstellen, dass die Totzeit durch die Wärmeleitvorgänge bedingt ist und die Zeitkonstante für das PT1-Verhalten aus der thermischen Kapazität des Wasserinhalts und der Eisenmassen des Wärmetauschers entsteht.

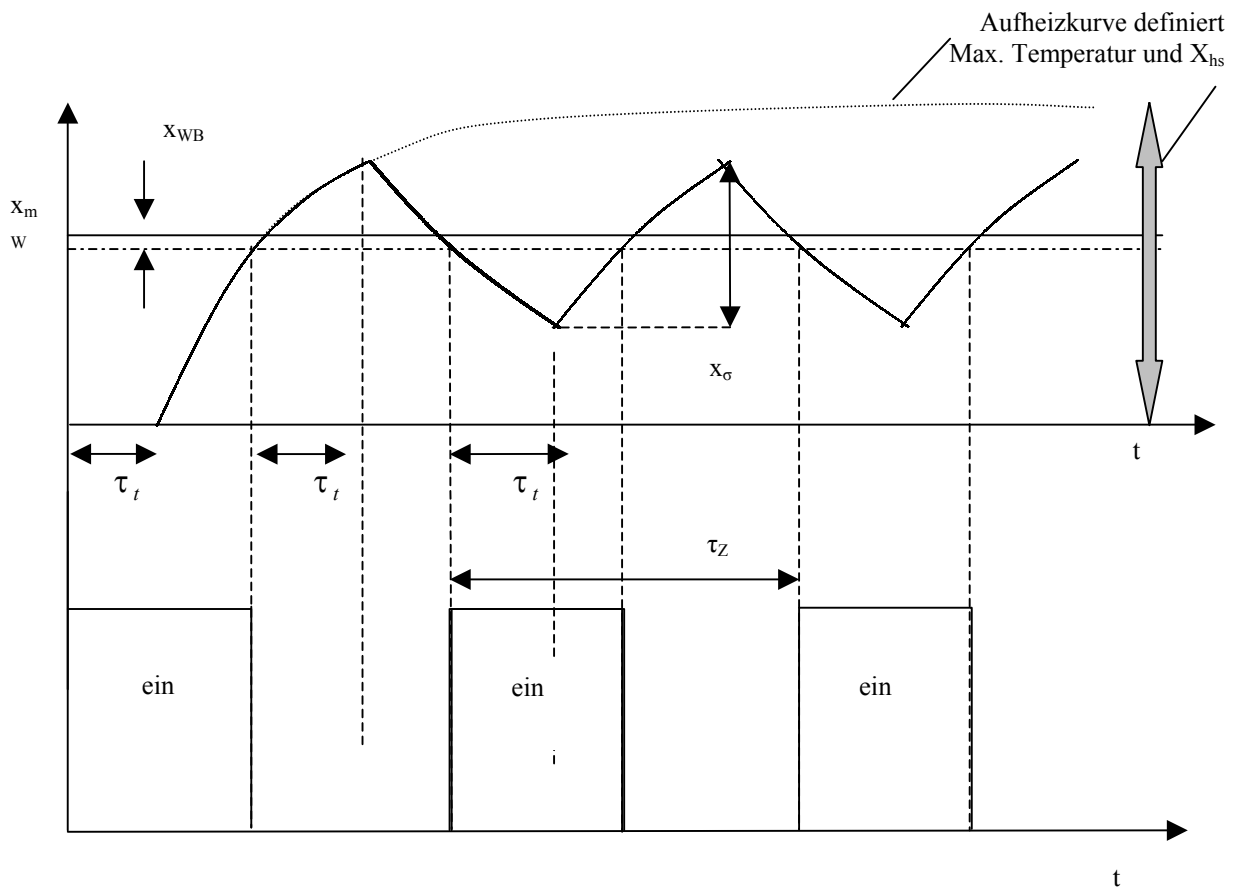
Der gesamte Regelkreis wird dann durch nachfolgenden Signalflussplan beschrieben:



Der gesamte Regelkreis wird dann durch nachfolgenden Signalflussplan beschrieben:



## 8.2.2 Zweipunktregler – Zeitverlauf der Regelgröße



Der Brenner startet. Man bewegt sich auf der Aufheizkurve nach oben. Wenn der Sollwert erreicht ist, schaltet der Brenner aus. Die Temperatur steigt aufgrund des Verzugs, der durch das Totzeitglied beschrieben wird, weiter an. Nach Ablauf der Totzeit kehrt sich die Richtung der Temperaturbewegung um und man bewegt sich auf der Abkühlkurve des Kessels zu niedrigeren Temperaturen hin. Wird der Sollwert erreicht, schaltet der Brenner wieder ein, doch die Temperatur fällt für die Dauer der Totzeit weiter ab. Dann wiederholt sich der ganze Vorgang.

$x_0$  Grundwert, von dem der Aufheizvorgang aus startet. Bei einem Heizkessel auf einem Prüfstand kann man Umgebungstemperatur annehmen.

$X_{hs}$  Regelbereich: Wenn der Kessel als Wärmeabnahme anschaulich eine bestimmte Wärmetauscherfläche hat (Prüfstand, Heizkreis mit Heizkörpern), dann wird mit zunehmender Temperatur die Leistung ansteigen, bis bei durchlaufendem Kessel eine Maximaltemperatur erreicht wird. Deren Differenz zum Wert  $x_0$  ist der Regelbereich.

$w$  Sollwert

Achtung: Hier verwendet man nicht den Absolutwert, sondern die Differenz zum Wert  $x_0$ . Also wenn man bei  $50^\circ\text{C}$  fährt, hat man einen Wert von  $30^\circ\text{C}$  (für  $x_0 = 20^\circ\text{C}$ ) zu nehmen.

$x_m$  zeitlich gemittelter Wert der Regelgröße



$x_{WB}$   $x_m - w$ ; *bleibende Regelabweichung*

Wenn sich beim Aufheizen und beim Abkühlen unterschiedliche Steigungen ergeben, fallen Sollwert und zeitlicher Mittelwert nicht zusammen. Damit ergibt sich (im zeitlichen Mittel) eine bleibende Regelabweichung.

$\tau_Z$  *Zyklusdauer*: Periodendauer des Vorgangs. Diese kann zwischen zwei Einschaltflanken gemessen werden oder zwischen den Minima und Maxima.

Man kann noch die *relative Einschaltdauer* definieren (*Tastverhältnis* in der Elektrotechnik):

$$f = \tau_{\text{ein}} / \tau_Z \quad 0 \leq f \leq 1$$

Mit dieser Größe bestimmt man die relative Kesselleistung (unter Vernachlässigung des Wirkungsgrads).

Beispiel:  $f = 0.5$  relative Kesselleistung beträgt 50 %

**Wesentlich für das Verständnis ist folgendes:**

**Wenn man den Sollwert über den ganzen Regelbereich verschiebt, dann ändert sich die relative Einschaltdauer  $f$  zwischen 0 und 1 und die zeitlich gemittelte Kesselleistung zwischen 0 und 100 %. Deswegen benutzt man die Größe  $f$  auch zur Charakterisierung des Arbeitspunkts.**

Beispiel: Heizkessel

Grundwert  $x_0 = 20^\circ\text{C}$ ; maximal erreichbare Temperatur  $80^\circ\text{C}$

Der Regelbereich ist damit  $60^\circ\text{C}$ . In der folgenden Tabelle sind mögliche Betriebspunkte aufgelistet:

Sollwert absolut	Sollwert relativ zu $x_0 = w$	relative Einschaltdauer $f$	relative Kesselleistung
20 °C	0 °C	0	0 %
40 °C	20 °C	0.33	33 %
60 °C	40 °C	0.66	66 %
80 °C	60 °C	1	100 %



Der Einschaltpunkt heißt auch unterer Schaltpunkt, daher die Bezeichnung *USP*!

Der Ausschaltpunkt heißt auch oberer Schaltpunkt, daher die Bezeichnung *OSP*!

Der Sollwert liegt immer in der Mitte der beiden Schaltpunkte. Der Abstand der Schaltpunkte heißt  $x_{SD}$  und wird als Schaltdifferenz (auch Hysterese) definiert. Die Umrechnung auf die Schaltpunkte erfolgt dann mit der nachstehenden Beziehung:

$$USP = w - x_{SD}/2 \quad \text{und} \quad OSP = w + x_{SD}/2$$

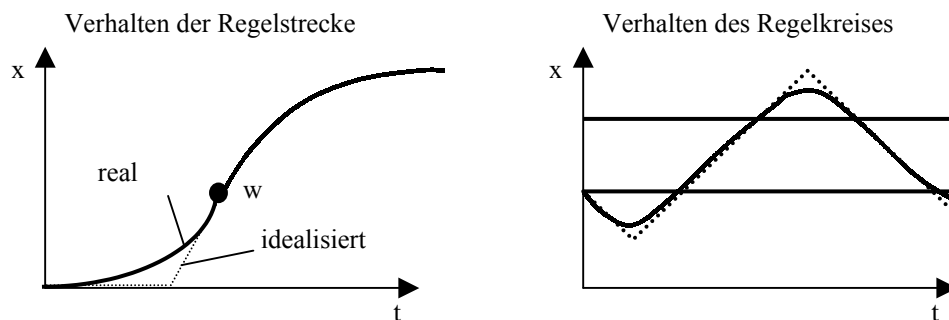
und umgekehrt:

$$w = (USP + OSP)/2 \quad \text{und} \quad x_{SD} = OSP - USP$$

Durch Auseinanderziehen der Schaltpunkte (Vergrößern) der Schaltdifferenz kann man die Schaltzyklusdauer vergrößern. Das ist ein Ziel bei Heizkesseln wegen der Abnutzung des Brenners und der Verminderung von Brennerstarts (erhöhte Emissionen). Dann vergrößert sich allerdings auch die Schwankungsbreite  $x_{\sigma}$ . Es wird also dann bei Heizkesseln ein Kompromiss gesucht.

### 8.2.5 Verhalten des Regelkreises idealisiert / real

Die modellmäßige Beschreibung des Heizkessels ist idealisiert. Da eine Regelstrecke höherer Ordnung vorliegt, bekommt man bei einer Messung in den Umkehrpunkten der Temperatur keinen Spitze, sondern einen runden Verlauf (Bild):



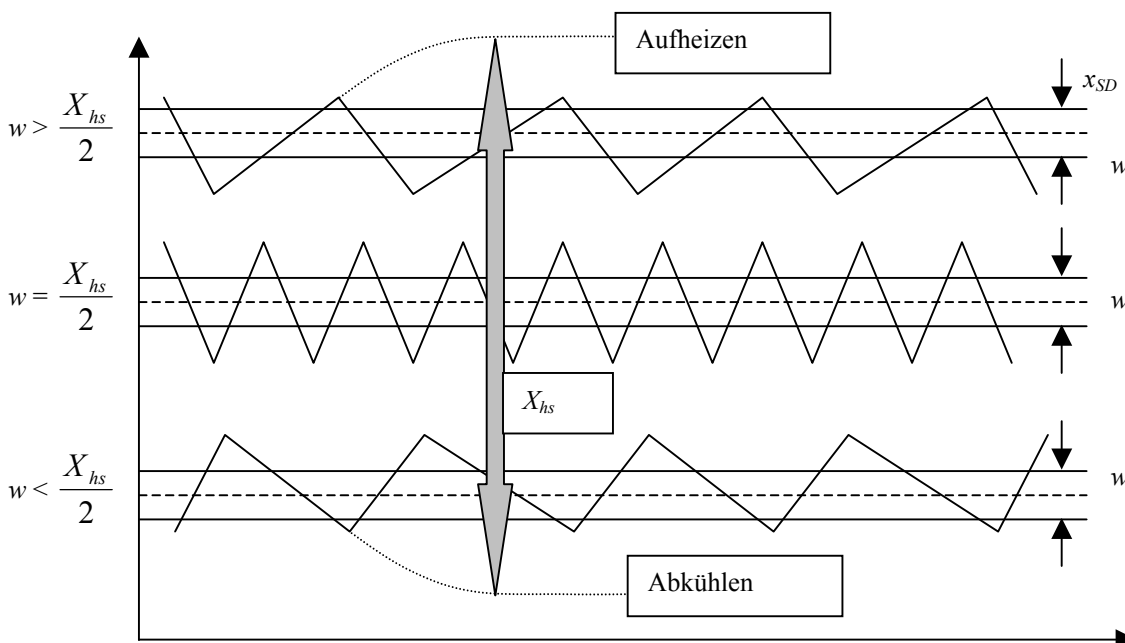
Man kann zur Modellierung des Verhaltens dann feinere Modelle verwenden, die die Schwingungskurve der Regelgröße noch genauer wiedergeben. Für die grobe Rechnung genügt allerdings die Beschreibung mit dem Totzeit-PT1-Modell.

**Bleibende Regelabweichung und Schaltzyklusdauer bei unterschiedlichen Betriebspunkten:**

Durch Veränderung der Kurvenform ergibt sich im Regelbereich bei unterschiedlichen Arbeitspunkten ein Verhalten, das man dadurch charakterisieren kann, dass die Steigungen für das Aufheizen und Abkühlen im allgemeinen nicht gleich sind. Befindet man sich im Bereich hoher Wärmeleistungen, ist die Steigung (absolut) beim Aufheizen kleiner als beim Abkühlen (Bild; Kurve oben). Fährt man mit 50 % Leistung, sind die Steigungen gleich und die Kurve ist symmetrisch (Bild; Kurve Mitte). Dieser Fall wird auch zur Berechnung der Eigenschaften des Regelkreises verwendet und den meisten Überlegungen zugrunde gelegt.

Regeldifferenz:  $X_{WB} = X_m - w$

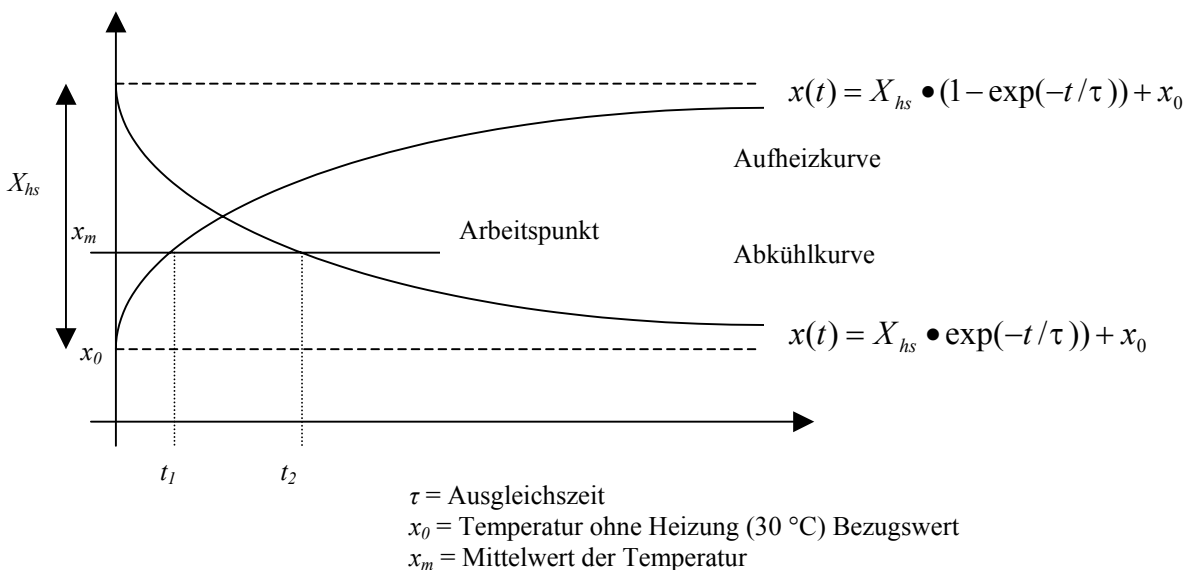
$$\left[ \begin{array}{ll} < 0 & \text{für } w > \frac{X_{hs}}{2} \\ = 0 & \text{für } w = \frac{X_{hs}}{2} \\ > 0 & \text{für } w < \frac{X_{hs}}{2} \end{array} \right.$$



Man kann deutlich sehen, dass nur in der Mitte bei  $f = 0.5$  der zeitliche Mittelwert der Regelgröße mit dem Sollwert zusammenfällt. Ansonsten ergibt sich eine bleibende Regelabweichung, weil die Kurve im unteren Bereich  $f < 0.5$  „über dem Sollwert hängt“ und im oberen Bereich  $f > 0.5$  darunter.

Die Auswirkung der Kennwerte der Regelstrecke – Regelbereich  $X_{hs}$ , Ausgleichszeit  $\tau$  und Totzeit  $\tau_t$  (= Verzugszeit) auf den Temperaturverlauf soll bestimmt werden. Dazu folgende Grundidee: Man geht aus von der Aufheizkurve und der Abkühlkurve und bestimmt daraus die Steigungen, indem man benutzt, dass man bei einem Regelvorgang an einem bestimmten Arbeitspunkt immer auf der Aufheizkurve hoch und auf der Abkühlkurve zurück fährt. Aus diesen Steigungen berechnet man die Größen, die man haben will und berücksichtigt zusätzlich das Überschwingen, das durch die Totzeit verursacht wird.

### Aufheiz – und Abkühlkurven ohne Totzeit:



Gemäß der Skizze befindet sich der Regelkreis in einem durch den zeitlich gemittelten Temperaturwert  $x_m$  definierten Arbeitspunkt. Dieser Arbeitspunkt ist eingezeichnet in die Aufheiz- und Abkühlkurven der Temperatur beim Betrieb ohne Regelung, wobei die Verzugszeit aus Übersichtsgründen nicht mit dargestellt wurde.

Der Arbeitspunkt wird charakterisiert durch die bereits eingeführte Größe  $f$  ( $0 \leq f \leq 1$ ), wobei entsprechend der Zeichnung und mit der Definition des Arbeitspunktes gilt:

$$x_m - x_0 = X_{hs} \cdot f$$

Die Größe  $f$  beschreibt also den Arbeitspunkt als Bruchteil des gesamten Regelbereichs  $X_{hs}$ . Dem Arbeitspunkt lassen sich nun auf der Aufheiz- und Abkühlkurve die beiden Zeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$  zuordnen.

Dies ergibt sich aus der Bedingung:

$$x(t) - x_0 = x_m - x_0 = f \cdot X_{hs} \quad \text{zu:}$$

$$t_1 = -\tau \cdot \ln(1-f) \quad \text{und}$$

$$t_2 = -\tau \cdot \ln(f)$$

(Einsetzen der Bedingung in die Gleichung für die Aufheiz- und Abkühlkurve, siehe Bild)

Die Steigungen der Aufheiz- und Abkühlkurve zu diesen Zeitpunkten ergeben sich durch Ableitung der Gleichungen zu:

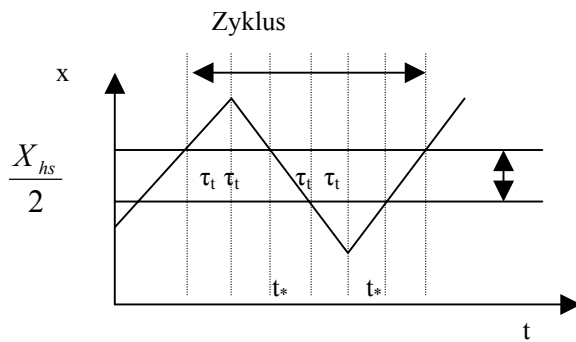
Aufheizen:

$$d/dt x(t_1) = X_{hs} / \tau * \exp(- t_1 / \tau) = (X_{hs} / \tau) * (1-f)$$

Abkühlen:

$$d/dt x(t_2) = -X_{hs} / \tau * \exp(- t_2 / \tau) = -(X_{hs} / \tau) * f$$

### 8.2.6 Beispiel: Berechnung der Schaltzyklusdauer für den symmetrischen Fall:



$$W = \frac{X_{hs}}{2} \rightarrow f = 0,5$$

$$\text{Steigung: } t_1 = t_2$$

$$\text{Aufheizen: } \dot{x}(t_1) = \frac{X_{hs}}{\tau} \cdot (1-f)$$

$$\text{Abkühlen: } \dot{x}(t_2) = \frac{X_{hs}}{\tau} \cdot f$$

$$\dot{x}(t_2) = \frac{X_{hs}}{\tau} \cdot 0,5$$

$$\frac{x_{SD}}{t_x} = \frac{X_{hs}}{\tau} \cdot 0,5 \Rightarrow t_x = 2 \cdot \frac{x_{SD}}{X_{hs}} \cdot \tau$$

$$\text{Schaltzyklusdauer: } \tau_Z = 4 \cdot \tau_t + 2 \cdot t_x$$

$\tau = \text{Zeitkonstante PT}_1$

$$\tau_Z = 4 \cdot \left( \tau_t + \frac{x_{SD}}{X_{hs}} \cdot \tau \right)$$

## 8.2.7 Berechnungsformeln des Zweipunktreglers mit Schaltdifferenz

Ausgangsgrößen	Strecke	$X_{hs}$	= $K_s \cdot Y_h$
		$\tau_t$	= Totzeit
		$\tau$	= Ausgleichszeit
	Regler	$x_{SD}$	= Schaltdifferenz
		$w$	= Sollwert
		$x_0$	= Grundwert
	Berechnung		
	Regelabweichung:	$x_{WB} = \frac{\tau_t}{\tau} \cdot \left( \frac{X_{hs}}{2} - w \right)$	
Berechnung:	Schwankungsbreite:	$x_{\sigma} = x_{SD} \cdot \left( 1 - \frac{\tau_t}{\tau} \right) + X_{hs} \cdot \frac{\tau_t}{\tau}$	
	Schaltzyklusdauer:	$\tau_z = 4 \cdot \left( \tau_t + \frac{x_{SD}}{X_{hs} - x_{SD}} \cdot \tau \right)$	

Diese Formeln gelten für den sym. Fall ( $f = 0.5$ ):  $w = X_{hs}/2$

Die Zyklusdauer lässt sich auch im allgemeinen Fall berechnen. Dann gilt die folgende Formel:

$$\tau_z = \frac{\tau_t + \frac{x_{SD}}{X_{hs} - x_{SD}} \cdot (\tau - \tau_t)}{\left( \frac{w}{X_{hs}} - \frac{x_{SD}}{2 \cdot X_{hs}} \right) \cdot \left( 1 - \frac{x_{SD}}{2 \cdot X_{hs}} - \frac{w}{X_{hs}} \right)}$$

Gilt für allgemeinen Fall:  $w \neq \frac{X_{hs}}{2}$

Beispiel zur Berechnung des Zweipunktreglers: KESSELTEMPERATUR

Ein Brennwertkessel soll eine Fußbodenheizung versorgen. Entsprechend niedrig wird die Wassertemperatur gefahren.

Die folgenden Werte sind gegeben:

$$x_{SD} = 5K$$

$$w = \frac{X_{hs}}{2}$$

$$X_{hs} = 25K$$

$$\tau_t = 1 \text{ min}$$

$$\tau = 10 \text{ min}$$

$$x_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

Sollwert = 32.5 °C (absolut), also  $w = 12.5 K$

Bleibende Regelabweichung:  $x_{WB} = \frac{\tau_t}{\tau} \cdot \left( \frac{X_{hs}}{2} - w \right) = 0$  aufgrund des gewählten Sollwertes

Schwankungsbreite:  $x_\sigma = x_{SD} \cdot \left( 1 - \frac{\tau_t}{\tau} \right) + X_{hs} \cdot \frac{\tau_t}{\tau} = 4,5k + 2,5K = 7K$

Schaltzyklusdauer:  $\tau_z = 4 \cdot \left( \tau_t + \frac{x_{SD}}{X_{hs} - x_{SD}} \cdot \tau \right) = 4 \cdot (1 + 2,5) = 14 \text{ min}$

Aufgabe:

- 1) Welche minimale Schwankungsbreite ist erreichbar?
- 2) Welche Zyklusdauer ergibt sich dann?
- 3) Zeichne Sie den Regelvorgang und die Stellgröße in ein Diagramm ein!
- 4) Erstellen Sie ein Diagramm, in dem die Schwankungsbreite über der Zyklusdauer aufgetragen wird!



Aufgabe: **INDUSTRIEOFEN** mit elektrischer Beheizung

Ein Industrieofen wird für die Wärmebehandlung von Bauteilen benutzt. Diese durchlaufen die Heizzone und haben dort eine bestimmte Verweilzeit bei einer vorgegebenen Temperatur. Der Ofen wird elektrisch beheizt. Die Regelung erfolgt durch Ein- und Ausschalten. Das Streckenverhalten ist durch eine Übergangsfunktion höherer Ordnung. Diese wird durch die Kombination Totzeit-PT<sub>1</sub>-Verhalten nachgebildet. Die Temperaturschwankungen einen bestimmten Wert nicht überschreiten. Folgende Ausgangsdaten sind gegeben:

$$\begin{array}{lll} X_{hs} = 900 \text{ }^\circ\text{C} & w = 750 \text{ }^\circ\text{C} & x_{SD} = 20 \text{ }^\circ\text{C} \\ \tau_t = 0,5 \text{ min} & \tau = 20 \text{ min} & x_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C} \end{array}$$

Es stehen zwei Realisierungsvarianten zur Auswahl:

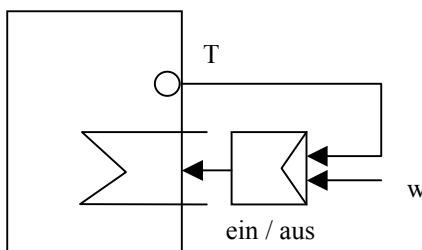
## Variante I:

Der Stellvorgang erfolgt so, dass mit einem elektrischen Heizsystem 900 °C erreicht werden können. Die Leistung kann ein- und ausgeschaltet werden (zwei Stufen).

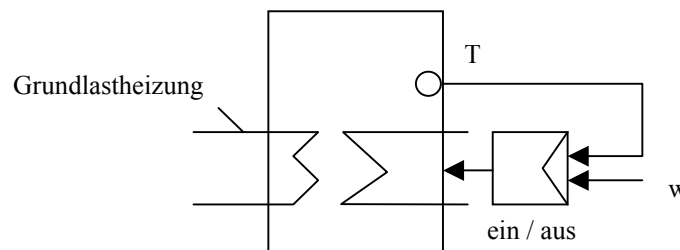
## Variante II

Mit einer Grundlastheizung werden 600 °C erreicht. Der Stellvorgang erfolgt so, dass mit einem zweiten elektrischen Heizsystem 900 °C erreicht werden können. Die Leistung kann ein- und ausgeschaltet werden (zwei Stufen).

Variante I



Variante II



Zu Variante I:

- 5) Welche Schwankungsbreite ergibt sich
- 6) Welche Zyklusdauer ergibt sich?
- 7) Wie ist die bleibende Regelabweichung??
- 8) Welcher Minimalwert für die Schwankungsbreite ist erreichbar?

Zu Variante II:

- 1) Welche Temperatur muss mit der Grundlastheizung für einen vorgegebenen Sollwert  $w$  erreicht werden, damit die sich die bleibende Regelabweichung  $x_{WB} = 0$  ergibt?
- 2) Wie ändert sich die Schwankungsbreite?
- 3)  $x_G < 20 \text{ }^\circ\text{C}$  ist vorgegeben. Wie muss die Schaltdifferenz verkleinert werden?
- 4) Welche minimale Schwankungsbreite ist erreichbar?

## 9. Frequenzverhalten von Regelkreisen

### Einführende Bemerkung zur Methode der Frequenzgangsanalyse:

Ziel ist die Berechnung und die Beurteilung von Regelkreisen mit stetigen Reglern ( P, PI, PID ) und Regelstrecken höherer Ordnung. Für das vertiefte Verständnis einschleifiger und vermaschter Regelkreise (Regelkreise mit Aufschaltung, Kaskadenregelung und Mehrgrößenregelung) ist die Vorgehensweise im Frequenzbereich unabdingbar.

Bei der *Beurteilung der Stabilität bei sich verändernden Regelstreckenparametern* ist die Frequenzgangsmethode das ideale Instrument. Da sich bei allen Regelstrecken im Bereich der thermischen Anlagentechnik die Regelstreckenparameter betriebspunktabhängig verschieben, was in der Praxis zu Veränderungen des Regelkreisverhaltens bis hin zur Instabilität führt, wird mit Hilfe der Frequenzgangsanalyse eine Robustheitsanalyse durchgeführt. Das vielzitierte Systemdenken wird durch diese Methode wesentlich unterstützt.

Bei der erläuterten Methodik geht es darum, das Verhalten von Systemen (Regelstrecken, Regler, Regelkreis) bei der Anregung mit periodischen Funktion zu betrachten. Diese werden dann häufig vereinfacht durch Sinusfunktionen angenähert. Auch unabhängig von den Aufgabenstellungen der Regelungstechnik kommen solche Situationen in der technischen Anwendung häufig vor. Beispiel sind:

- Gebäudeinnentemperatur im Sommer bei periodischem Außentemperaturverlauf
- Sinusähnliche Störungen (Heizkreis mit Zweipunktregelung)
- Brennwertschwankungen in Verbrennungssystemen

Die Methoden, die im Frequenzbereich arbeiten, verwenden graphische Verfahren zur Bestimmung des Regelkreisverhaltens:

Diese Verfahren lassen sich per Handzeichnung anwenden. Dies dient hier dem Lernprozess und später der schnellen Anwendung und Überprüfung.

Bei komplexeren Problemen verwendet man Computerprogramme (wird im Rahmen der Vorlesung eingeführt).

Die Frequenzgangsmethodik erfolgt unter den gleichen Voraussetzungen wie in der Elektrotechnik bei der Beschreibung komplexer Widerstände im Rahmen der Wechselstromlehre.

Beispiel:

Der als Einführungsbeispiel verwendete Durchlauferhitzer ist ein Speicher für Wärme. Dieser entspricht in der Elektrotechnik einem Kondensator. Der ist ein Speicher für elektrische Ladungen. Beim thermischen Speicher steigt die Temperatur mit der eingespeicherten Wärme. Beim Kondensator steigt die Spannung mit der eingespeicherten Ladung. Beide Elemente werden durch Integratorverhalten beschrieben. Die elektrische Induktivität entspricht dem Differenzierglied. Wenn man die Basis der ganzen Betrachtung verstanden hat, dann bekommt man umgekehrt auch ein vertieftes Verständnis der Elektrotechnik.

→ Weiteres Vorgehen:

- Einführungsbeispiel aus der Verfahrenstechnik
  - Erinnerung; Rechnen mit komplexen Zahlen
  - Frequenzverhalten elementarer Regelkreisglieder und graphische Darstellung
  - Frequenzgang verschalteter Regelkreisglieder
  - Berechnung des geschlossenen Regelkreises.
-

**Einschub:** Lösung von DGL bei Anrechnung mit Sinusfunktion**9.1 Einführungsbeispiel aus der Verfahrenstechnik: Wirbelschicht****Kohleverbrennung (Müllverbrennung) nach dem stationären Wirbelschichtverfahren:**

Die Verbrennung erfolgt in einem stationären Wirbelbett. Dabei wird Sand und Asche im Brennraum als thermischer Speicher verwendet. Dieser Sand wird durch Anströmung mit Verbrennungsluft in einen fluidisierten Zustand gebracht. Dabei verhält sich der „Sandhaufen“ wie eine kochende Flüssigkeit. Den Gasblasen entsprechen Luftblasen, die aufsteigen. Es ergibt sich ein intensiver Stoff- und Wärmeaustausch. Die Verbrennungsreaktion erfolgt ohne Flamme bei einer Temperatur im Bereich zwischen 800 und 900 °C.

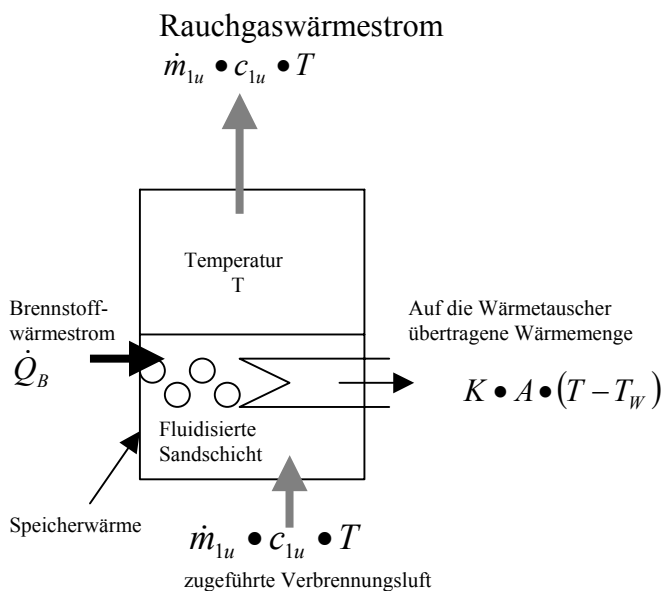
Vorteile des Verfahrens:

- Man kann direkt im Brennraum entschwefeln durch Kalkzugabe.
- Die Stickoxydentstehung aus dem Luftstickstoff ist gering aufgrund der niedrigeren Verbrennungstemperaturen ( im Vergleich zu anderen Feuerungsarten).

Das Verfahren reagiert besonders robust auf Heizwertschwankungen. Diese Eigenschaft soll mit der Frequenzgangmethodik untersucht werden.

**Wirbelschichtofen**

$T = 800^{\circ}\text{C}$       Verbrennungstemperatur

**SAND:**

$M_s = 5000 \text{ Kg}$       Masse  
 $C_s = 2000 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg} \cdot \text{K}}$       Wärmekapazität

**LUFT:**

$\dot{m}_{lu} = 10 \frac{\text{Kg}}{\text{sec}}$       Massenstrom  
 $c_{lu} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot \text{K}}$       Wärmekapazität  
 $\dot{Q}_B = \dot{m}_B \cdot Hu$   
 $\dot{m}_B = 1 \frac{\text{Kg}}{\text{sec}}$   
 $Hu = 20000 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg} \cdot \text{K}}$       unterer Heizwert

**Wärmetauscher:**

$K\text{-WERT} = 200 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$   
 $A = \text{Fläche} = 100 \text{m}^2$   
 $T_{WT} = \text{Rohrwandtemperatur} = 200^{\circ}\text{C}$   
 $T_U = \text{Umgebungstemperatur} = 0^{\circ}\text{C}$

Thermische Leistung:  $\dot{Q}_B = \dot{m}_B \cdot Hu = 20 \text{MW}$

Energiebilanz:

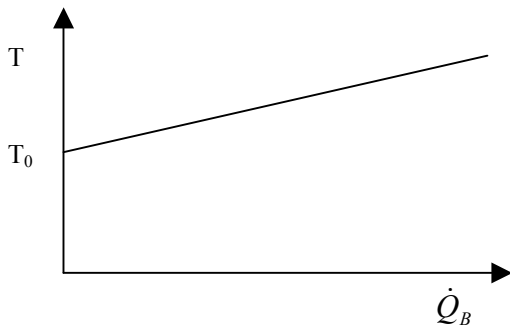
Speicherwärme zu ab zu ab

$$M_S \cdot C_S \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_B - \dot{m}_{LU} \cdot c_{LU} \cdot T_U + \dot{m}_{LU} \cdot c_{LU} \cdot T_U - A \cdot F \cdot (T - T_{WT})$$

für Beharrungszustand / stationär  $\rightarrow t = \text{konst.}$   $dT/dt = 0$

Aufgabe zur Wiederholung:  
 Bestimmen Sie die stationäre Charakteristik!

$$T = f(\dot{Q}_B) = 800^\circ C$$



Der Ansatz wird so gemacht, dass aufgetrennt wird in eine Stationäre und eine dynamisch Energiebilanz, die das Verhalten um den Arbeitspunkt beschreibt. Schwankungen im Brennstoffwärmestrom und Temperaturschwankungen werden explizit formuliert.

$$\Delta \dot{Q}_B(t)$$

$$\dot{Q} + \Delta \dot{Q} \Rightarrow T + \Delta T$$

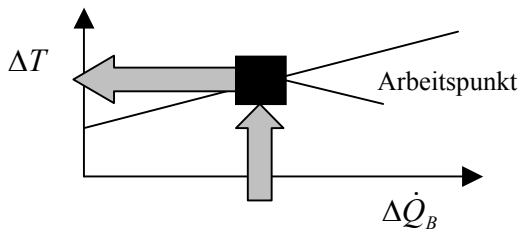
Stationär      zeitlich veränderlich

$$M_S \cdot C_S \cdot \frac{dT}{dt} \cdot (T + \Delta T) = \dot{Q} + \Delta \dot{Q} - \dot{m}_{LU} \cdot c_{LU} \cdot (T + \Delta T) + \dot{m}_{LU} \cdot c_{LU} \cdot T_U - K \cdot A \cdot (T + \Delta T) + K \cdot A \cdot T_{WT}$$

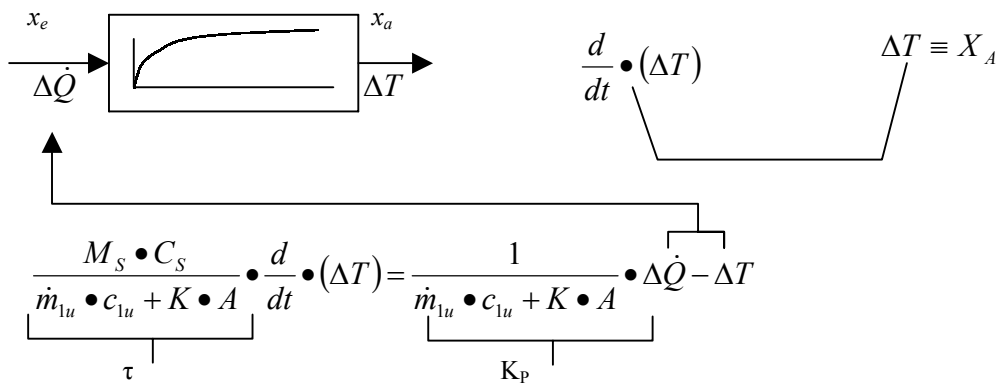
$T = 0$  (konstant)

Die stationäre Bilanzgleichung fällt dann komplett heraus und die Änderungen um den Arbeitspunkt werden durch die entstehende Gleichung (PT<sub>1</sub>-Verhalten) beschrieben:

$$M_S \cdot C_S \cdot \frac{\Delta T}{dt} = \Delta \dot{Q} - \dot{m}_{LU} \cdot c_{LU} \cdot \Delta T - K \cdot F \cdot \Delta T$$

**Interpretation:**

Dieses Bild ist so zu interpretieren, dass durch kleine Änderungen bei der zugeführten Wärmeleistung um den Arbeitspunkt Temperaturschwankungen ausgelöst werden. Diese werden durch die dynamische Energiebilanz beschrieben. Im folgenden wird untersucht, wie die Frequenz der Störung dieses Verhalten beeinflusst.

**Identifikation Regelungstechnische Standardform PT<sub>1</sub>-Glied:**

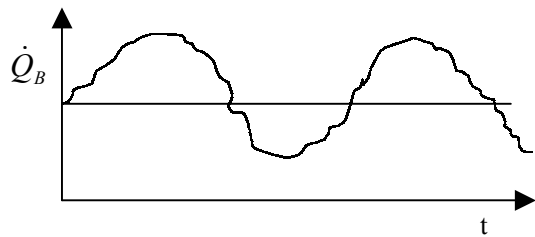
$$\tau = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ Kg} \cdot 2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot \text{K}}}{10 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} \cdot 1000 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot \text{K}} + 200 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \cdot 100 \text{ m}^2} = \underline{\underline{330 \text{ s}}}$$

$$K_p = \frac{1}{10 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} \cdot 1000 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot \text{K}} + 200 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \cdot 100 \text{ m}^2} = \underline{\underline{33 \frac{\text{K}}{\text{MW}}}}$$

Die Umformung auf die Standardform erfolgt wieder durch Division mit den entsprechenden Größen aus der Energiebilanz.

### 9.2 Aufteilung Stationärer Betrieb und Schwankungen

Die Schwankungen werden dem stationären Betrieb überlagert. In vielen vorkommenden Fällen gibt es dominierende Frequenzen, so dass eine aufwendige Frequenzanalyse (Fouriertransformation) nicht notwendig ist. Im anstehenden Bild ist der Fall, dass zwei Frequenzen dominieren, dargestellt.



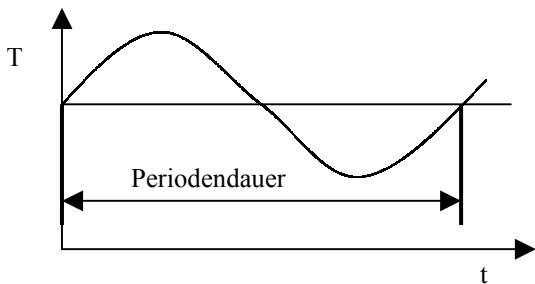
Schwankungen:



hohe Frequenz



niedrige Frequenz



$$x_e = \hat{x}_e \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$x_a = \hat{x}_a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

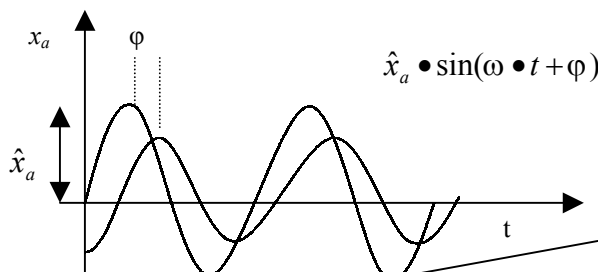
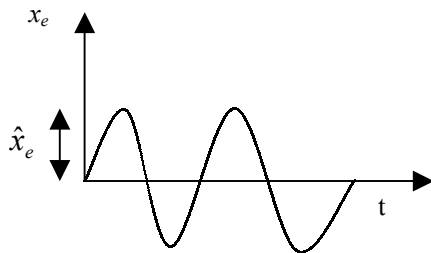
Kreisfrequenz

Phasenverschiebung

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau_p}$$

$$\tau_p = \text{Periodendauer}$$

### 9.3 Lösung der Differenzialgleichung



Anregung

Reaktion: Amplitudenänderung und Phasenverschiebung

Die elementaren Regelkreisglieder werden durch Differenzialgleichungen beschrieben. Um bequem eine Lösung für die Anregung mit Sinusfunktionen zu erhalten, verwendet man statt der Sinusfunktionen komplexe e-Funktionen. Deren Realteil ist die Sinusfunktion.

Beim Bilden einer Ableitung bleibt die e-Funktion erhalten. Das vereinfacht die Behandlung von Differenzialgleichungen ganz entscheidend.

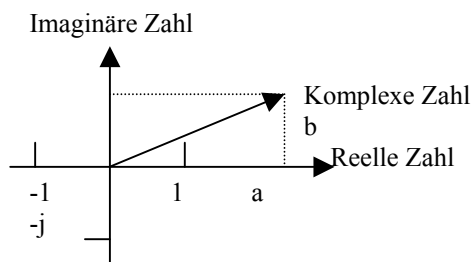
Zur Erinnerung sind die Regeln für das Rechnen mit komplexen Zahlen nachfolgend zusammengestellt.

## 9.4 Erinnerung an die komplexen Zahlen

Gleichung:  $x^2 = -1$  keine Lösung im Reellen

$x = \pm j = \text{imaginäre Einheit} \rightarrow$  Erweiterung des Zahlensystems

### 9.4.1 Graphische Darstellung der komplexen Zahl



Allgemein:

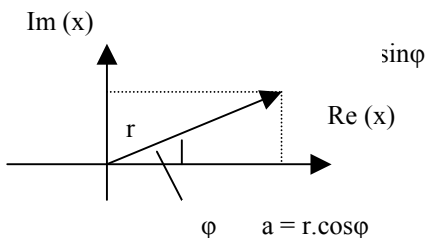
$$x = a + j \cdot b$$

Realteil    Imaginärteil

Betrag:  $|x| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\sqrt{(a + j \cdot b) \cdot (a - j \cdot b)} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### 9.4.2 Polarkoordinatendarstellung



$$\tan \varphi = \frac{r \cdot \sin \varphi}{r \cdot \cos \varphi} = \frac{b}{a}$$

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

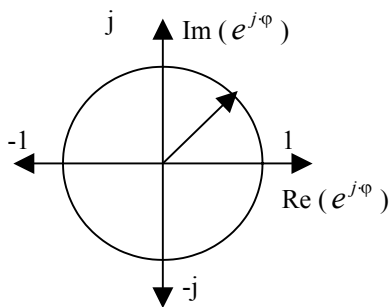
$$x = r \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = r \cdot e^{j \cdot \varphi}$$

$\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi = e^{j \cdot \varphi}$     Moivre – Theorem

Beweis:

$$\begin{aligned}
 e^{j\varphi} &= 1 + j\varphi + \frac{(j\varphi)^2}{2!} + \frac{(j\varphi)^3}{3!} + \frac{(j\varphi)^4}{4!} \\
 &= \underbrace{1 + \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!}}_{\cos \varphi} + j \cdot \underbrace{\left(\varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \dots\right)}_{\sin \varphi} \\
 &= \cos \varphi + j \cdot \sin \varphi
 \end{aligned}$$

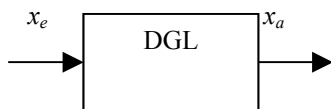
**Interpretation:**



Zeigerlänge 1 =  $e^{j\varphi} \cdot e^{-j\varphi}$

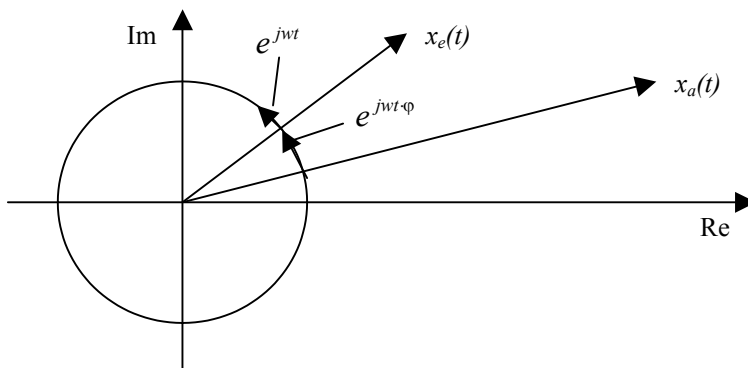
Grad	Verlauf $e^{j\varphi}$	
0	_____	1
$\frac{\pi}{2}$	_____	$\cos \frac{\pi}{2} + j \cdot \sin \frac{\pi}{2}$
$\pi$	_____	$\cos \pi + j \cdot \sin \pi$
$\frac{3\pi}{2}$	_____	$\cos \frac{3\pi}{2} + j \cdot \sin \frac{3\pi}{2}$
$2\pi$	_____	$\cos 2\pi + j \cdot \sin 2\pi$

**Lösung von DGL mit periodischen Zeitfunktionen:**



$$\begin{aligned}
 x_e &= \hat{x}_e \cdot \sin(\omega \cdot t) & x_a &= \hat{x}_a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \\
 x_e &= \hat{x}_e \cdot e^{j\omega \cdot t} & x_a &= \hat{x}_a \cdot e^{j(\omega \cdot t + \varphi)} \\
 x_e &= \hat{x}_e \cdot (\cos \omega \cdot t + j \cdot \sin \omega \cdot t) & x_a &= \hat{x}_a \cdot (\cos(\omega \cdot t + \varphi) + j \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi))
 \end{aligned}$$

Zeigerinterpretation





Die Zeiger laufen kreisförmig um mit der gleichen Kreisfrequenz und konstanter Phasenverschiebung, aber mit unterschiedlicher Amplitude. Die Projektion auf die reelle Achse ergibt jeweils die entsprechende Sinusfunktion.

Bei einer typischen Regelstrecke wird bei konstanter Amplitude des Eingangssignals die Amplitude des Ausgangssignals kleiner, wenn sich die Frequenz erhöht. Das liegt an den PT1-Anteilen oder Integralanteilen in der Regelstrecke, die dann zunehmend dämpfende Wirkung zeigen. Aufgrund der Trägheit können diese Elemente bei zunehmender Frequenz dem Eingangssignal immer schlechter folgen und werden daher in ihrem Ausgangssignal immer schwächer.

Dieser Effekt wird sehr wichtig sein für die Funktionsweise des Regelkreises bei hohen Frequenzen, weil dann diese Dämpfung benötigt wird (siehe Abschnitt Stabilität).

*Wichtig für das Verständnis:*

Die komplexe e-Funktion hat selbst keine physikalische oder technische Bedeutung, sie vertritt nur die jeweilige Sinusfunktion. Es handelt sich bei der Anwendung der komplexen Zahlen um eine reine Rechenvereinfachung. Man könnte auch (mit wesentlich mehr Aufwand) direkt mit der Sinusfunktion rechnen.

## 9.5 Beispiel PT 1

$$\text{DGL: } \tau \cdot \dot{x}_a + x_a = K_p \cdot x_e$$

$$x_e = \hat{x}_e \cdot e^{j\omega t}$$

$$x_a = \hat{x}_a \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = \hat{x}_a \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \quad \text{Additionstheorem der e-Funktion}$$

$$F(j\omega) = \frac{x_a}{x_e} = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} \cdot e^{j\varphi}$$

Die Größe  $F(j\omega)$  nennt man den komplexen Frequenzgang.

$$\begin{aligned} \text{Differenzieren: } \dot{x}_a &= j \cdot \omega \cdot \hat{x}_a \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} && \text{Multiplikation mit } j \cdot \omega \\ &= j \cdot \omega \cdot x_a \end{aligned}$$

$$j \cdot \omega \cdot \tau \cdot x_a + x_a = K_p \cdot x_e$$

$$\text{Einsetzen in DGL: } \frac{x_a}{x_e} = \frac{K_p}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau} = F(j \cdot \omega) \quad \text{Frequenzgang}$$

Man sieht die Vereinfachung der Rechnung beim Ableiten:

aus  $d/dt$  wird  $j \cdot \omega$

Dies gilt dann auch für höhere Ableitungen:

aus  $d^n/dt^n$  wird  $(j \cdot \omega)^n$

## 9.6 Interpretation für das PT1-Verhalten

Der Frequenzgang ist eine komplexe Funktion der Kreisfrequenz. Für eine bestimmte Frequenz  $\omega$  ergibt sich eine komplexe Zahl. Diese wird zerlegt in den Betrag  $|F(j\omega)|$  und Phasenfaktor  $e^{j\varphi}$ .

$$|F(j\omega) = \frac{x_a}{x_e} = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} \cdot e^{j\varphi} = |F(j\omega)| \cdot e^{j\varphi}$$

$$|F(j\omega)| \cdot e^{j\varphi} = \text{Polarkoordinatendarstellung des Frequenzganges}$$

Der Betrag entspricht dem Amplitudenverhältnis und aus dem Phasenfaktor erhält man die Phase  $\varphi$ :

$$|F(j\omega)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = \text{Amplitudenverhältnis} \quad \varphi = \text{Phasenverschiebung}$$

Betrag und Phase berechnen sich nach folgenden Beziehungen:

$$\text{Betrag: } |F(j\omega)| = \sqrt{F(j\omega) \cdot F(-j\omega)}$$

$$\text{Phase: } \varphi = \arctan \left[ \frac{\text{Im } F(j \bullet \omega)}{\text{Re } F(j \bullet \omega)} \right]$$

Sie werden als **Amplitudengang**  $|F(j\omega)|$  und als **Phasengang**  $\varphi(j\omega)$  bezeichnet

Diese beiden Größen beinhalten die Informationen, die gesucht sind, und die man auch bekommen hätte, wenn man einen Ansatz mit den Sinusfunktionen gewählt hätte.

Die gleiche Vorgehensweise kann man dann für alle grundlegenden Regelkreisglieder anwenden.

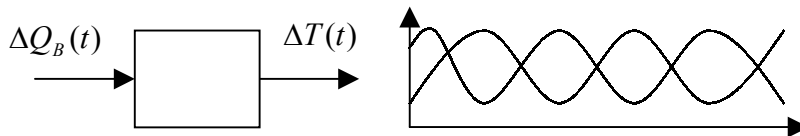
Für das PT1-Verhalten ergeben sich dann die folgenden Ausdrücke:

$$\frac{x_a}{x_e} = F(j \bullet \omega) = \frac{K_p}{1 + j \bullet \omega \bullet \tau}$$

$$|F(j \bullet \omega)| = \sqrt{\frac{K_p}{1 + j \bullet \omega \bullet \tau} \cdot \frac{K_p}{1 - j \bullet \omega \bullet \tau}} = \sqrt{\frac{K_p^2}{1 + (j \bullet \omega \bullet \tau)^2}}$$

$$|F(j \bullet \omega)| = K_p \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \bullet \tau)^2}} = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e}$$

$$F(j \bullet \omega) = K_p \cdot \frac{1 - j \bullet \omega \bullet \tau}{1 + (\omega \bullet \tau)^2} \rightarrow \varphi(j\omega) = -\arctan(\omega \bullet \tau)$$

**Beispiel Wirbelschichtkraftwerk / Brennwertschwankung:***Ergebnis und Deutung:*

$$\Delta \dot{Q}_B = \hat{x}_e \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\hat{x}_e = 2MW$$

$$\omega = \frac{1}{10} Hz$$

$$\tau_p = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 62.8 sec \cong 1 min$$

Die Störung wird durch die Amplitude und die Frequenz des Eingangssignals (Brennwertschwankung) charakterisiert. Die anschauliche Größe für das Störsignal ist die aus der Kreisfrequenz berechnete Periodendauer  $\tau_p$ .

Die Kennwerte des Zeitverhaltens der Strecke wurden bestimmt und gehen bei der Berechnung des Amplitudenverhältnisses und der Phase mit ein:

$$K_p = 33 \frac{K}{MW}$$

$$\omega \cdot \tau = 33 \Rightarrow$$

$$\tau = 330 sec$$

$$\frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = |F(j \cdot \omega)| = K_p \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}}$$

$$= 33 \frac{K}{MW} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 1089}} = 33 \frac{K}{MW} \cdot \frac{1}{33}$$

$$= 1 \frac{K}{MW}$$

$$\hat{x}_a = 1 \frac{K}{MW} \cdot 2MW = 2K$$

$$\varphi = \arctan(\omega \cdot \tau) = -88^\circ$$

Es ergibt sich eine Temperaturoszillation als Auswirkung der Störung mit einer Amplitude von  $2^\circ C$ . Das bedeutet, wenn der Arbeitspunkt bei  $800^\circ C$  liegt, dass dann die Brennraumtemperatur zwischen  $798$  und  $802^\circ C$  mit einer Periodendauer von  $1$  min hin und her schwingt. Dies ist die Auswirkung der Störung. Man kann an der Formel für den Amplitudengang gut sehen, dass sich ein Bruchteil von  $K_p$  ergibt. Wenn die Kreisfrequenz größer wird, ist dieser Bruchteil kleiner und die Störung wird stärker gedämpft. Dies ist eine vorteilhafte Eigenschaft, beispielsweise bei der Müllverbrennung, wo der Heizwert starken kurzfristigen Schwankungen unterworfen ist. Das Verhalten hängt komplett von dem Produkt  $\omega \cdot \tau$  ab.

$$\frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = |F(j \cdot \omega)| = K_p \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}}$$

## 9.7 Graphische Darstellung (Ortskurve und Bodediagramm)

Es gibt zwei Darstellungen, die Ortskurve und das Bode-Diagramm. Beide werden zur Beurteilung des Regelkreisverhalten verwendet.

### 9.7.1 Ortskurve

Verlauf von  $F(j\omega)$  in der Gauß'schen Zahlenebene für Werte  $0 \leq \omega \leq \infty$ , also für alle Frequenzen. Drei Punkte werden bestimmt, um den prinzipiellen Verlauf abschätzen zu können:

$$\omega = 0; \quad \omega = 1/\tau; \quad \omega \rightarrow \infty;$$

$$\omega = 0 \rightarrow F = K_p$$

$$\omega = \frac{1}{\tau} \rightarrow F = \frac{K_p}{1+j}$$

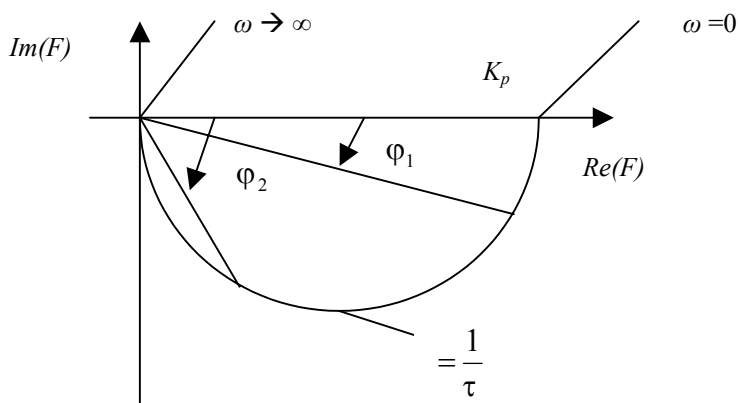
$$\rightarrow F = \frac{K_p(1-j)}{(1+j) \cdot (1-j)}$$

$$\rightarrow F = \frac{1}{2}K_p - j \cdot \frac{1}{2}K_p$$

$$\rightarrow F = \frac{K_p}{1+j\omega\tau}$$

$$\omega \rightarrow \infty; F \rightarrow 0$$

Es ergibt sich ein Halbkreis in der komplexen Ebene mit Mittelpunkt  $\frac{K_p}{2}$  und Radius  $\frac{K_p}{2}$ .



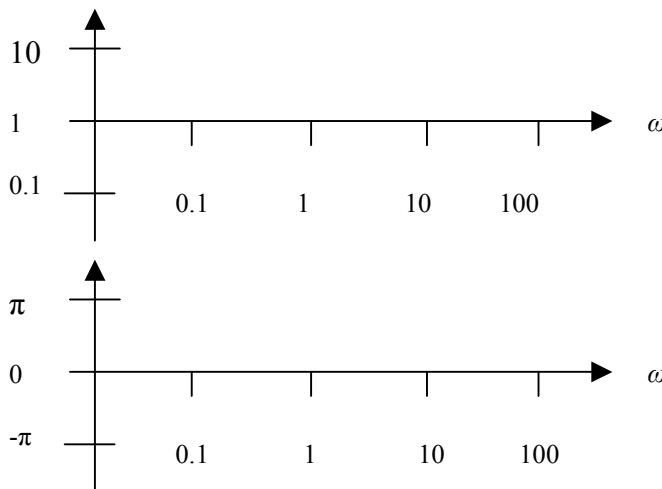
### 9.7.2 Bode – Diagramm (des Frequenzganges) - Frequenzkennlinien

Das Amplitudenverhältnis und der Phasenverlauf werden über einer gemeinsamen Frequenzachse aufgetragen. Bei den später folgenden Anwendungen werden beide Diagramme immer gemeinsam benutzt:

**Amplitudengang**  $|F(j \cdot \omega)|$                       gegen Kreisfrequenz

in der Form:

$\lg|F(j \cdot \omega)|$                       gegen  $\lg \omega$



**Phasengang**  $\varphi(\omega)$                       gegen Kreisfrequenz

in der Form:

$\varphi(\omega)$                       *gegen  $\lg \omega$*

Vorteil dieser Darstellung:

Der *Gesamtfrequenzgang mehrerer in Reihe geschalteter Regelkreisglieder* lässt sich zeichnerisch leicht ermitteln. Es gibt Näherungsverfahren für das Zeichnen der einzelnen Regelkreisglieder, die den Aufwand klein halten. In den logarithmischen Diagrammen haben die gezeichneten Funktionen einen sehr übersichtlichen Verlauf. Man kann auch sehr gut beurteilen, was passiert, wenn sich bei einzelnen Regelkreisgliedern die Parameter ändern.

Wichtig:

In den verwendeten Diagrammen mit der logarithmischen Darstellung (dekad. Logarithmus) wird der Wert der jeweiligen Größe trotzdem direkt eingetragen (und nicht logarithmisch). Man verwendet spezielles logarithmisches Papier mit entsprechender Einteilung.

### 9.7.2.1 Bode – Diagramm Amplitudengang

Bestimmung des Verlaufes in doppelt-logarithmischer Darstellung durch Berechnung der Asymptoten:

Die Idee dabei ist, dass der Amplitudengang in zwei Äste mündet, die durch Geraden darstellbar sind. Diese bezeichnet man als Asymptoten.

$$PT_1 : |F| = K_p \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}}$$

$$\lg|F| = \lg K_p - \frac{1}{2} \lg(1 + \omega^2 \cdot \tau^2)$$

- Asymptote für

$$\omega \ll \frac{1}{\tau}$$

$$\lg|F| = A_I = \lg(K_p)$$

$$\omega \gg \frac{1}{\tau} \rightarrow \omega \cdot \tau \gg 1$$

$$\begin{aligned} \text{- Asymptote für } \lg|F| &= \lg\left(K_p - \frac{1}{2}\right) \lg(\omega^2 \cdot \tau^2) \\ &= A_{II} = \lg(K_p) - \lg(\omega \cdot \tau) \end{aligned}$$

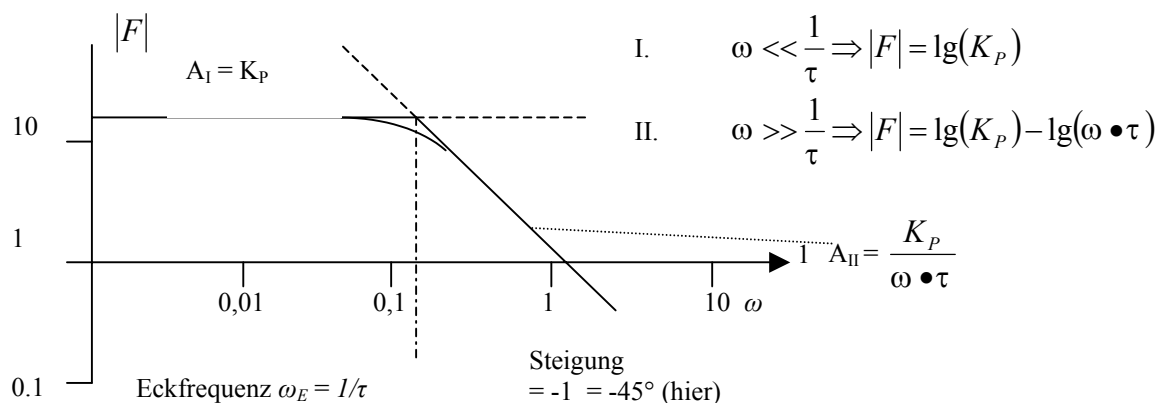
Steigung = -1

Schnittpunkt  $A_I = A_{II}$  für  $\lg(K_p) = \lg(K_p) - \lg(\omega \cdot \tau)$

$$\lg(\omega \cdot \tau) = 0$$

$$\omega = \frac{1}{\tau}$$

Der Schnittpunkt der Asymptoten befindet sich in einem Bereich, wo der Verlauf gekrümmt ist. Eine gute Näherung ist es, die beiden Asymptoten mit dem Schnittpunkt für den Verlauf zu nehmen.



$$\text{Für } \omega_E = \frac{1}{\tau} \rightarrow |F| = \frac{K_p}{\sqrt{1+1}} = \frac{K_p}{\sqrt{2}} = 0,7 \cdot K_p$$

Eine Abweichung von den Asymptoten tritt nur im Bereich der Eckfrequenz  $\omega_E$  auf und führt zu geringen Fehlern.

## 9.7.2.2 Bode – Diagramm Phasengang:

Einfach logarithmische Darstellung

$$PT_1 : \varphi = -\arctan(\omega \cdot \tau)$$

$$\omega \ll \frac{1}{\tau} \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\omega = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \varphi = -\pi/4$$

$$\omega \gg \frac{1}{\tau} \Rightarrow \varphi = -\pi/2$$

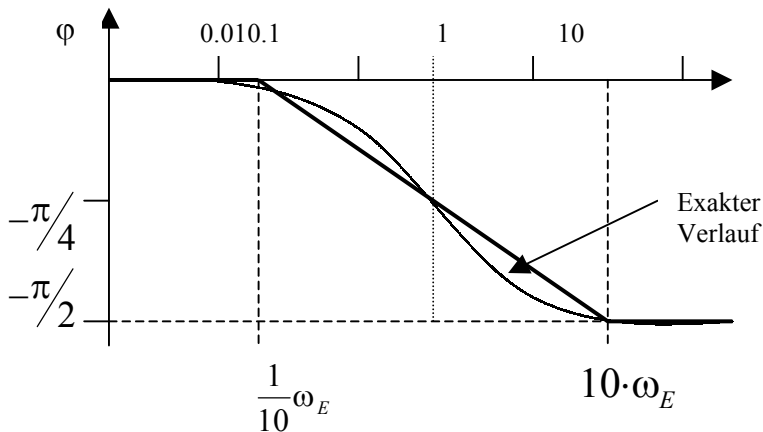
Approximation  
Abfallendes Geradenstück

- 1) Ausgangspunkt
- $\varphi = 0$

$$\frac{1}{10} \bullet \omega_E$$

- 2) Endpunkt
- $10 \bullet \omega_E$

$$\varphi = -\pi/2$$



Die drei Geradenstücke stellen eine gute Approximation des Arcustangens dar. Das mittlere Geradenstück hat eine Breite von zwei Dekaden. Der Mittelpunkt der Konstruktion liegt genau über der Eckfrequenz.

Die Konstruktion erfolgt so:

Man trägt drei Punkte ein:

- 1) Frequenz  $1/10 \cdot \omega_E$      $\varphi = 0$
- 2) Eckfrequenz  $\omega_E$      $\varphi = -\pi/4$
- 3) Frequenz  $10 \cdot \omega_E$      $\varphi = -\pi/2$

Wenn man diese durch eine Gerade verbindet, erhält man das mittlere Geradenstück. Alle drei Punkte müssen auf einer Gerade liegen (Kontrolle auf Fehler).

### 10. Frequenzgang

IN diesem Abschnitt werden die Frequenzgänge der anderen Regelkreisglieder eingeführt. Sie sind teilweise wie beim Zeitverhalten wieder Spezialisierungen des PT1-Verhaltens. Daher wird dieses zunächst noch einmal zusammengefasst vorangestellt.

Die Definition des Frequenzgangs zur Erinnerung:

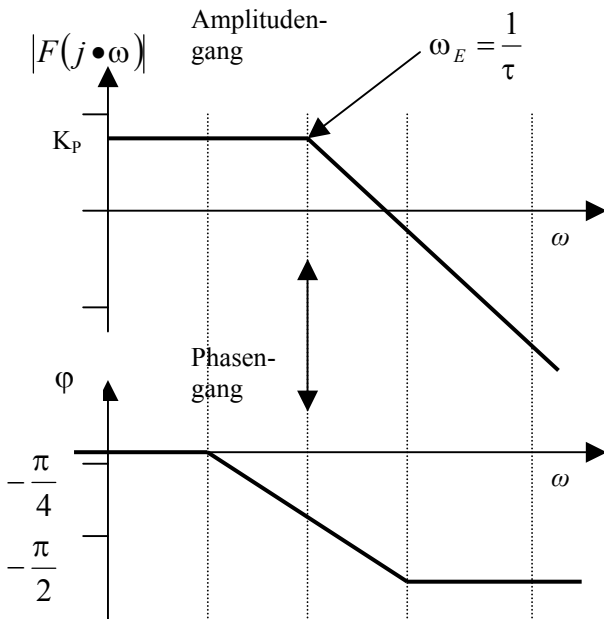
$$x_e = \hat{x}_e \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}$$

$$F(j \cdot \omega) = |F(j \cdot \omega)| \cdot e^{j \cdot \varphi}$$

$$x_a = \hat{x}_a \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi)}$$

$$\frac{x_a}{x_e} = F(j \cdot \omega)$$

PT1-Verhalten:



Zum Zusammenhang des Frequenzgangs mit dem stationären Verhalten geht man von sehr kleinen Frequenzen aus:  
 → sehr kleine Frequenzen

mathematisch formuliert:

→ im Frequenzgang:  $\omega \rightarrow 0$

$$\frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = |F(j \cdot \omega)|$$

$j \cdot \omega \rightarrow 0$  stationär!

Beispiel: PT<sub>1</sub>

$$F(j \cdot \omega) = \frac{K_p}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau}$$

$$F(0) = K_p$$

#### 10.1 Integrier – Glied / Frequenzgang

Beim Integrierglied wird die im ersten Teil abgeleitete Differentialgleichung genommen und nach dem eingeführten Formalismus der Frequenzgang bestimmt:

DGL:  $\dot{x}_a = K_I \cdot x_e$     Differentiation → Multiplikation mit  $j \cdot \omega$

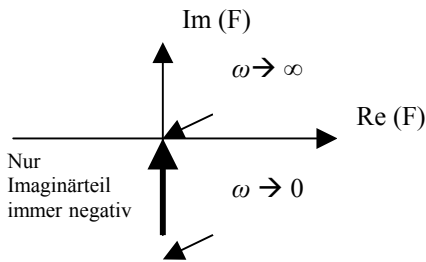
$$j \cdot \omega \cdot x_a = K_I \cdot x_e \quad \frac{x_a}{x_e} = F(j \cdot \omega) = \frac{K_I}{j \cdot \omega} = (-j) \cdot \frac{K_I}{(-j) \cdot j \cdot \omega} = -j \cdot \frac{K_I}{\omega}$$

Amplitudengang:  $|F| = \sqrt{\left(-j \cdot \frac{K_I}{j \cdot \omega}\right) \cdot \left(+j \cdot \frac{K_I}{j \cdot \omega}\right)} = \frac{K_I}{\omega}$

Phasengang:  $\varphi = \arctan \frac{\text{Im}(F)}{\text{Re}(F)} = \arctan \frac{-\frac{K_I}{\omega}}{0} = \arctan -\infty = -\pi/2$

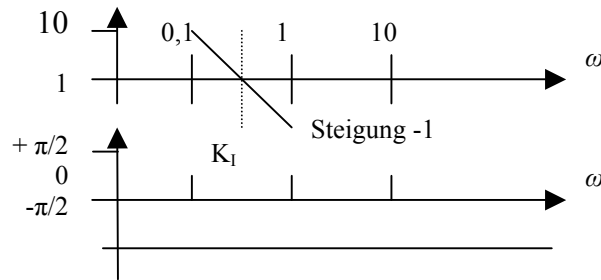


Ortskurve:



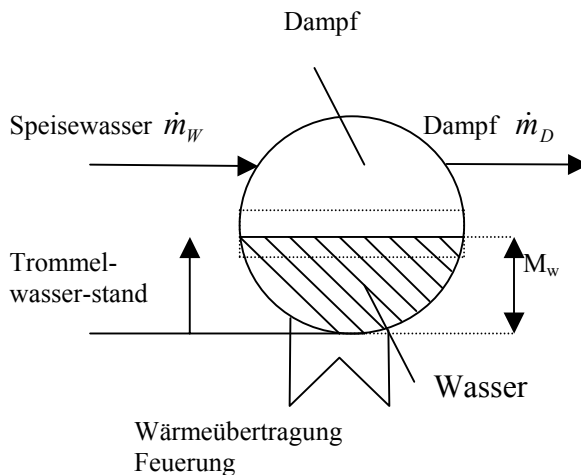
Bode - Diagramm

$$\lg|F| = \lg(K_I) - \lg(\omega)$$



### 10.1.1 Beispiel : Trommelwasserstand / Naturumlaufdampferzeuger

Speicher bilden eine Pufferwirkung gegenüber Störungen aus. Das bei vielen Dampferzeugern vorkommende Beispiel Trommelwasserstandsregelung aus dem Kraftwerksbereich soll in Bezug auf Störungen unterschiedlicher Frequenz untersucht werden. Solche Störungen treten auf, wenn die Dampfabnahme mit gewissen Unregelmäßigkeiten erfolgt, wie es bei einer in die Frequenzkonstanthaltung des Netzes integrierten Turbine der Fall ist.



Wasserinhalt (Masse)

$$M_w = A \cdot L \cdot \rho$$

$$A \cdot L = \text{Volumen}$$

$$\rho = \text{Dichte}$$

Nebenstehend die Bilanzgleichung für die Masseninhalte in der Trommel:

Massenbilanz:

$$\frac{dM_w}{dt} = \dot{m}_w - \dot{m}_D$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{1}{A \cdot \rho} \cdot \frac{dM_w}{dt}$$

Störung in der Speisewasserzufuhr oder in der Dampfabnahme

Vorausgesetzt wird im weiteren, dass sich der Trommelwasserstand in etwa in der Mitte der Trommel befindet. Das in der Nachbarschaft befindliche Volumen kann als ein Quader approximiert werden (Bild).

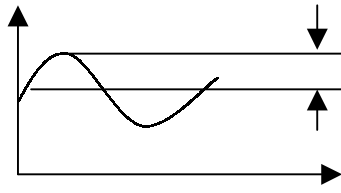
$$\rho = 600 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad A = 5 \text{m}^2$$

$$K_I = \frac{1}{A \cdot \rho} = 3,3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{Kg}} = 3,3 \cdot 10^{-4} \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{\text{Kg}}{\text{s}}}$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{1}{A \cdot \rho} \cdot (\dot{m}_w - \dot{m}_D)$$

$$\frac{dx_a}{dt} = K_I \cdot x_e$$

Integrationsglied

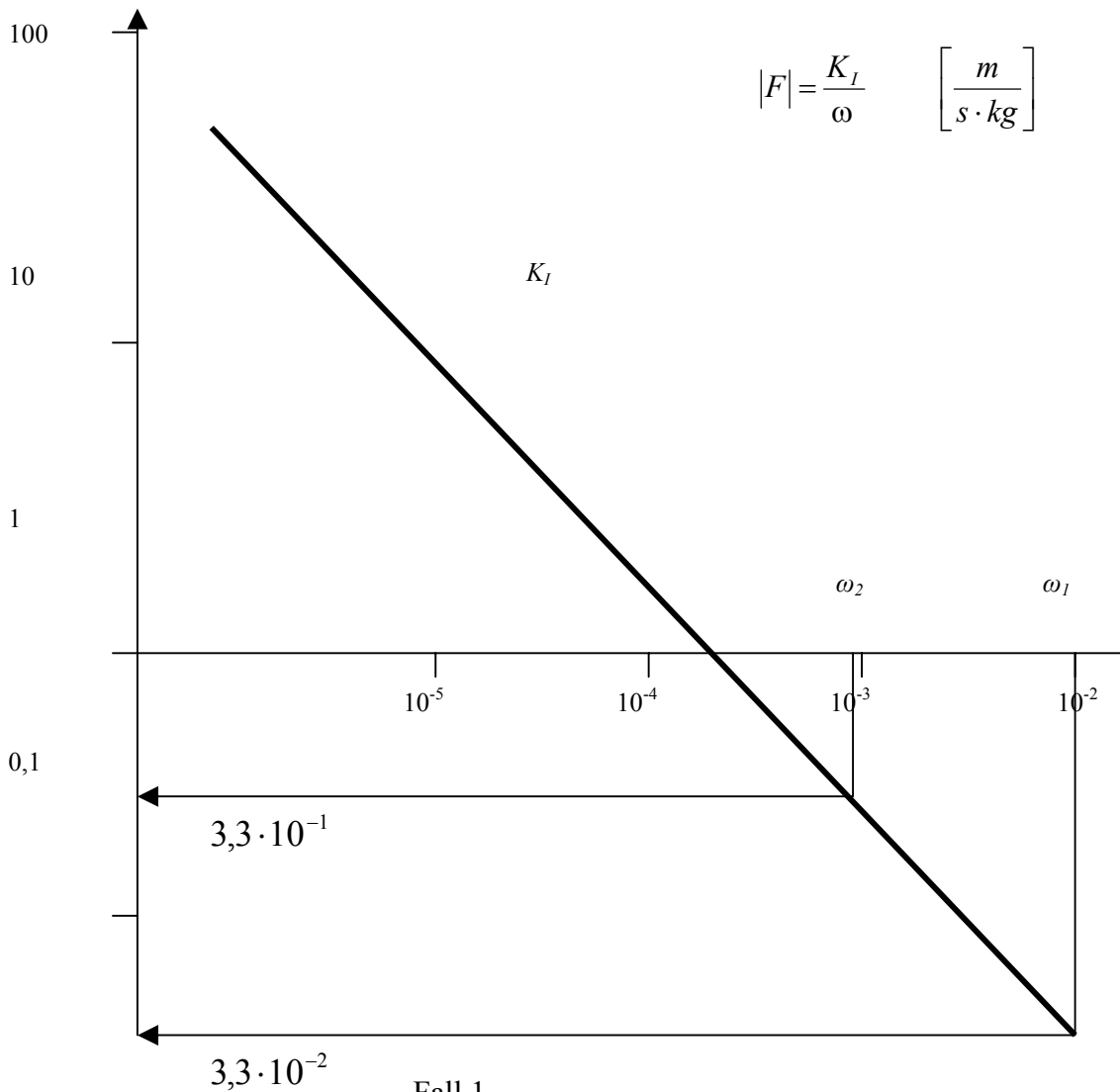


$$\Delta m_w = 1 \frac{kg}{sec} = \hat{x}_e$$

$$\omega_1 = 10^{-2} Hz; \tau_p \cong 600 sec$$

$$\omega_2 = 10^{-3} Hz; \tau_p \cong 6000 sec$$

**10.1.2 Bode – Diagramm: Amplitudengang, Auswirkung der Störung**



$$|F| = \frac{K_I}{\omega} \quad \left[ \frac{m}{s \cdot kg} \right]$$

$$\hat{x}_a = |F| \cdot \hat{x}_e$$

Fall 1

$$\hat{x}_a = 3,3 \cdot 10^{-2} \frac{m \cdot s}{kg} \cdot 1 \frac{kg}{s} = 3,3 \cdot 10^{-2} m = 3,3 cm$$

Fall 2

$$\hat{x}_a = 3,3 \cdot 10^{-1} m = 33 cm$$

Phasenverschiebung  $-\frac{\pi}{2}$

## 10.2 Differenzierglied/ Frequenzgang

DGL  $x_a = K_D \cdot \dot{x}_e$       Differentiation  $\rightarrow$  Multiplikation mit  $j \cdot \omega$

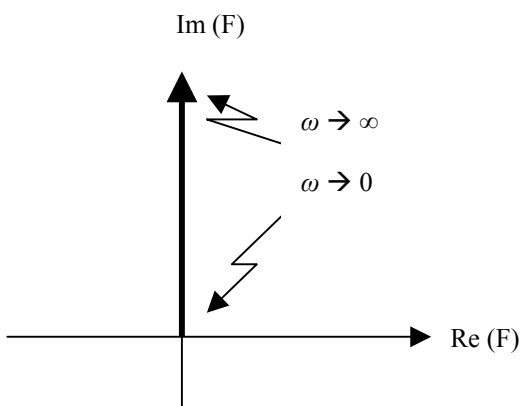
$$x_a = j \cdot \omega \cdot K_D \cdot x_e$$

$$\rightarrow \frac{x_a}{x_e} = F(j \cdot \omega) = j \cdot \omega \cdot K_D$$

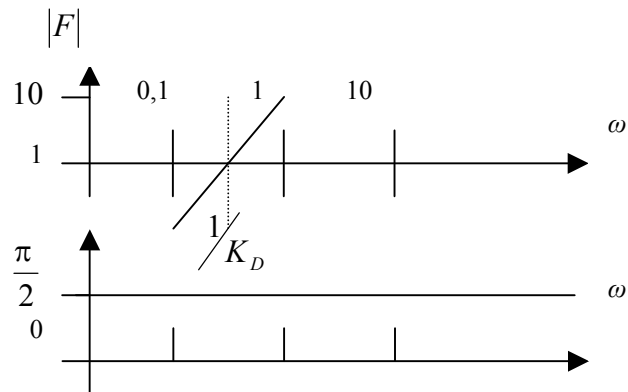
Amplitudengang:  $|F| = \sqrt{(j \cdot \omega \cdot K_D) \cdot (-j \cdot \omega \cdot K_D)} = \omega \cdot K_D$

Phasengang:  $\varphi = \arctan \frac{\text{Im}(F)}{\text{Re}(F)} = \arctan \frac{\omega \cdot K_D}{0} = \arctan \infty = \pi/2$

Ortskurve:



Bode - Diagramm



Das Differenzierglied bewirkt eine zunehmende Verstärkung bei höheren Frequenzen und eine Phasenhebung um  $90^\circ$ .

Bei PID-Reglern bildet es den dritten Anteil des Reglers und kann dort stabilitätsverbessernd eingesetzt werden. Dadurch kann ein Regelkreis, was die Schnelligkeit der Reaktion betrifft, bis an die Grenze ausgereizt werden. Das muss aber nicht immer als Aufgabe anstehen.

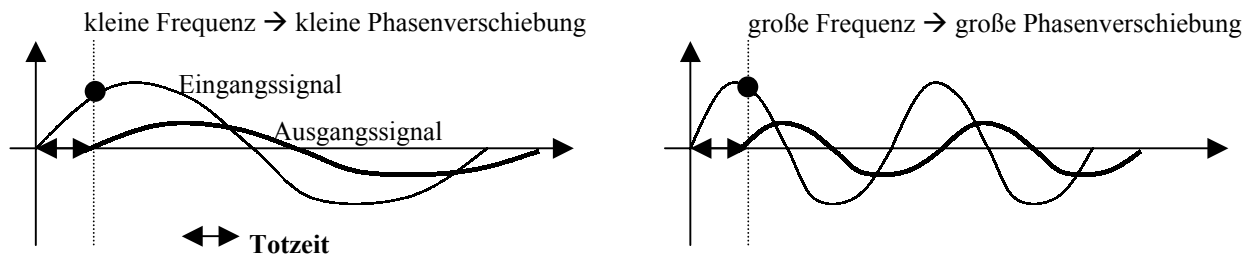
Allerdings ist bei Kraftwerken, die schnell anfahren und Störungen sehr effektiv ausregeln sollen, der Einsatz des D-Anteils angezeigt. Im Zeitbereich hat der D-Anteil eine beschleunigende Wirkung (siehe 1. Abschnitt der Vorlesung).

Die zunehmende Verstärkung bei höheren Frequenzen bewirkt aber auch, dass höherfrequente Störungen sich in der Regelgröße deutlicher zeigen und das Reglergebnis negativ beeinflussen. Höherfrequente Störungen treten manchmal bei Druckregelungen oder bei Volumenstromregelungen mit Differenzdruckmessumformern auf.

### 10.3 Totzeitglied

Das Totzeitglied soll als letztes Element vorgestellt werden, Es bewirkt eine konstante zeitliche Verschiebung zwischen Eingangssignal und Ausgangssignal (siehe früherer Abschn.).

Dem entspricht eine zunehmende Phasenverschiebung, wenn die Frequenz erhöht wird. Dieses Phänomen wird auch entscheidend sein für das Verständnis der Stabilitätsüberlegungen für den geschlossenen Regelkreis.



Das vorangegangene Bild zeigt, dass die konstante zeitliche Verschiebung mit zunehmender Frequenz eine größere Phasenverschiebung bewirkt. Die Phasenverschiebung wird als Verhältnis der Totzeit zur Periodendauer bestimmt:

$$\varphi_t = -2\pi \cdot \tau_t / \tau_P$$

oder bezogen auf die Kreisfrequenz:

$$\varphi_t = -\omega \cdot \tau_t \quad \text{wegen} \quad \omega = 2\pi / \tau_P$$

Diese Beziehung lässt sich auch formal ableiten und führt dann zur Darstellung des Phasengangs in der Ortskurve und im Bodediagramm:

Definitionsgleichung:  $x_a(t) = K_P \cdot x_e \cdot (t - \tau_t)$

Ansatz:  $x_a = \hat{x}_a \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi}$        $x_e = \hat{x}_e \cdot e^{j\omega t}$   
 $\hat{x}_a \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} = K_P \cdot e^{j\omega(t-\tau_t)} = K_P \cdot \hat{x}_e \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-j\omega\tau_t}$

Frequenzgang:  $|F| = K_P = 1$  Unabhängig von der Frequenz  $\omega$

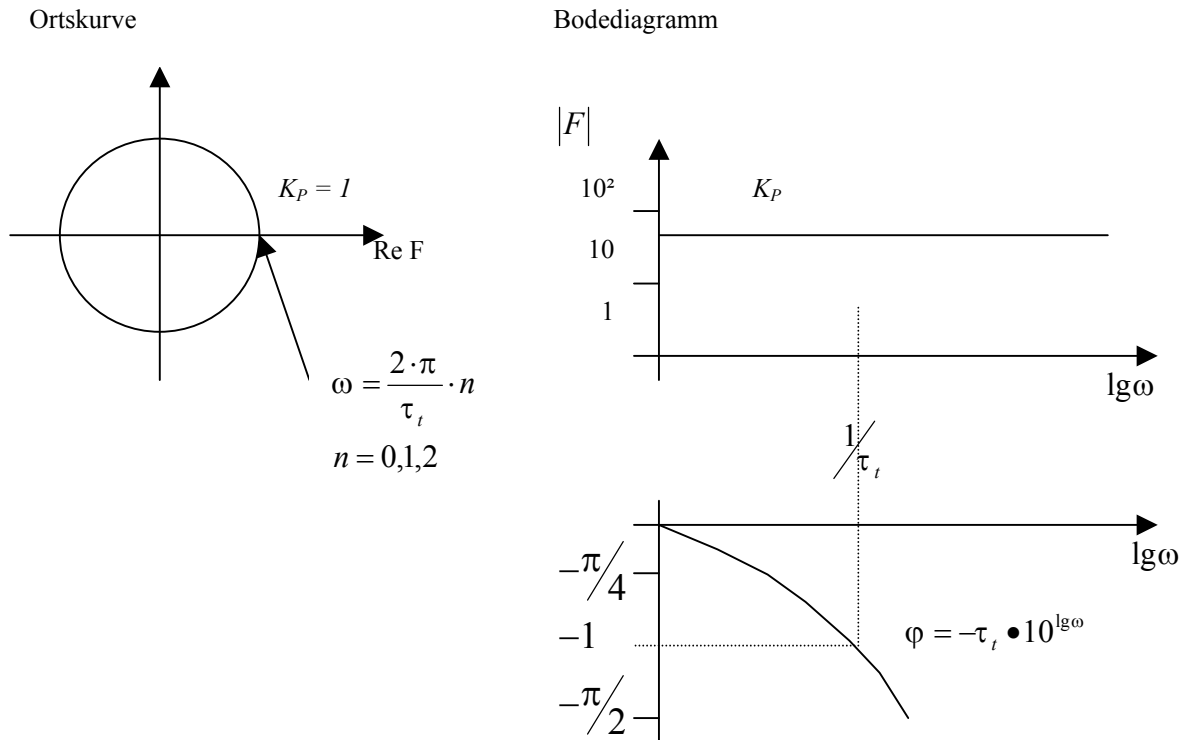
Phasengang:  $\varphi = -\omega \cdot \tau_t$  proportional zur Frequenz  $\omega$

$$\varphi = -\tau_t \cdot 10^{\lg \omega}$$

→ in logarithmischer Darstellung  
Exponentialfunktion

Die letzte Beziehung zeigt, dass der Phasengang im Bodediagramm durch eine steilabfallende Potenzfunktion dargestellt wird.

**Ortskurve und Bodediagramm: Totzeitglied**



**Wichtig:**

Das Totzeitglied liefert keinen Beitrag zum Amplitudengang, wenn der  $K_P$ -Wert gleich 1 gesetzt wird. Das wird bei der Anwendung immer gemacht, so dass diese Bedingung erfüllt ist.

Die Wirkung des Totzeitgliedes ist dann eine reine Phasendrehung, anschaulich ausgedrückt in der Ortskurve durch den Kreis.

Im Bodediagramm erstellt man den Verlauf indem man sich wertepaare in einer Tabelle errechnet. Dabei kann man die Phasenverschiebungen vorgeben und die zugehörigen Frequenzen bestimmen. Dann bekommt man immer die gleichen Punkte, nur dass sich die Kurve entsprechend der Totzeit im Frequenzbereich verschiebt:

$$\omega = -\varphi_t / \tau_t$$

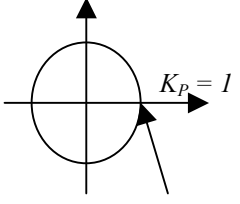
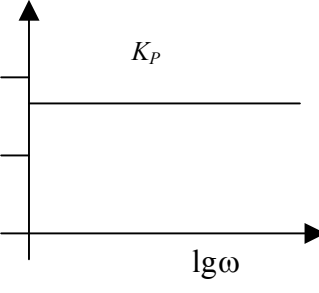
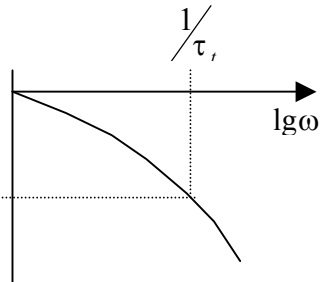
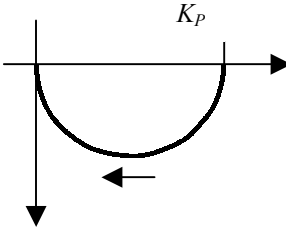
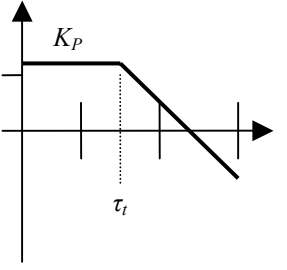
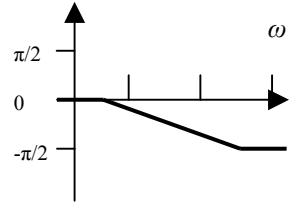
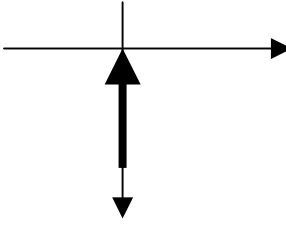
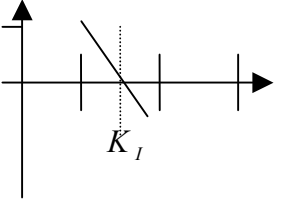
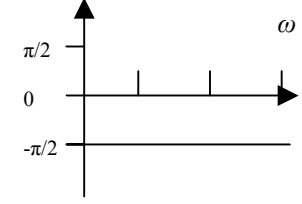
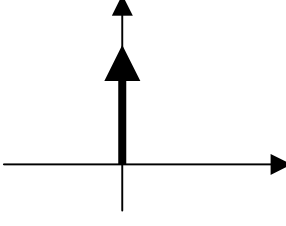
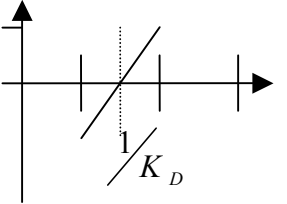
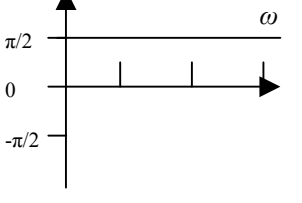
Die Tabelle wird so aufgebaut, dass man die Phasenverschiebung von 0 bis  $-\pi$  darstellen kann. Für die späteren Betrachtungen ist der Bereich um  $-\pi$  wichtig:

$\varphi_t$	$-\pi/8$	$-\pi/4$	$-3\pi/8$	$-\pi/2$	$-3\pi/4$	$-\pi$
$\omega$	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$3.93 \cdot 10^{-1}$	$5.89 \cdot 10^{-1}$	$7.85 \cdot 10^{-1}$	$1.18 \cdot 10^{-2}$	$1.57 \cdot 10^{-2}$

Die angegebenen Zahlen sind (als Beispiel) für einen Wert der Totzeit von 200 sec berechnet. Die Tabelle kann man sich auf das Bodediagramm kopieren und damit standardmäßig arbeiten.

10.4 Zusammenfassung

Frequenzgang elementarer Regelkreisglieder / Zusammenstellung

Bezeichnung	Frequenzgang	Ortskurve	Amplitudengang	Phasengang
Totzeit-Glied	$F = K_p e^{-j\omega t}$			
PT <sub>1</sub> -Glied	$F = \frac{K_p}{1 + j\omega\tau}$			
I-Glied	$F = \frac{K_I}{j\omega}$			
D-Glied	$F = j \cdot \omega \cdot K_D$			

### 11. Verschaltung von Regelkreisgliedern

Bei den eigentlichen Aufgabenstellungen hat man immer Verschaltungen von Regelkreisgliedern zu betrachten.

Die Regelstrecke und der Regler befinden sich immer in einer *Kreisschaltung*. Diese ist am unanschaulichsten. Deswegen verwendet man für die Überlegungen zum Regelkreis einen Trick und trennt (gedanklich) den Kreis auf. Dann hat man eine *Serienschaltung*.

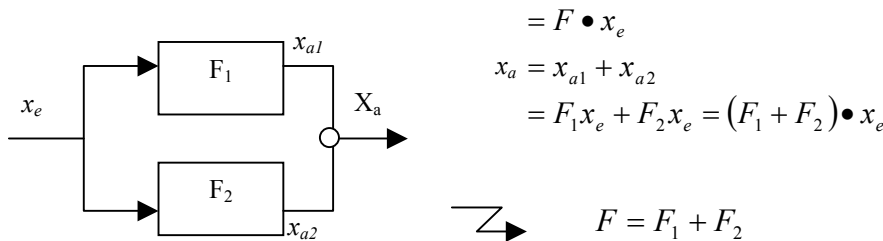
Auch für die meisten Strecken kann man Serienschaltungen ansetzen.

Beim PID-Regler und auch bei komplexeren Reglertypen werden die Wirkungen der einzelnen Elemente addiert. Dies erfolgt in einer *Parallelschaltung*.

Im folgenden geht es darum, für die Frequenzgänge den Grundsaltungen entsprechende Kombinationsregeln aufzustellen.

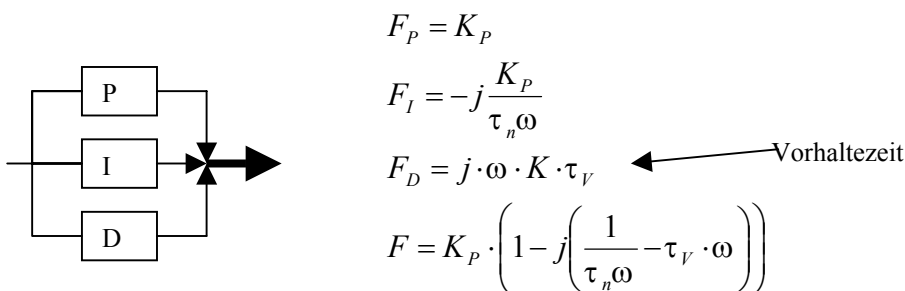
#### 11.1 Parallelschaltung

Die Anwendung der Parallelschaltung erfolgt beim PID-Regler und vielen anderen Reglertypen. Die Wirkungen der einzelnen Regelkreisglieder addieren sich. Das Gleiche gilt für die Frequenzgänge.



Beispiel: Frequenzgang stetiger Regler

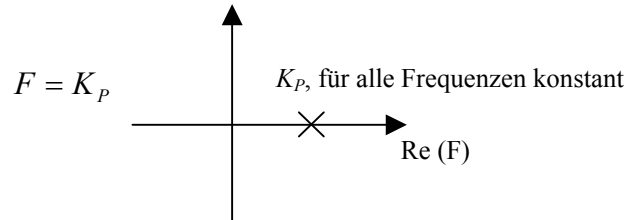
Frequenzgang PID – Regler: 
$$x_a = K_p \left( x_e + \frac{1}{\tau_n} \int x_e dt + \tau_v \cdot \frac{dx_e}{dt} \right)$$



- Parameter:  $K_p$ : Proportionalbeiwert des Reglers  
 Beeinflusst den Proportionalanteil und die beiden anderen Anteile gleichmäßig. (wird auch mit  $K_R$  oder  $K_{PR}$  bezeichnet)
- $\tau_N$  Nachstellzeit: Beeinflusst den I-Anteil  
 Große Nachstellzeit  $\rightarrow$  kleiner I-Anteil  
 (wenn man den I-Anteil ausschalten will, kann man für  $\tau_N$  einen sehr großen Wert einsetzen ( $\tau_N \rightarrow \infty$ ))
- $\tau_V$  Vorhaltezeit (Vorhalt: „altdeutscher?“ Ausdruck für Übersteuerung):  
 beschleunigt den Regelungsvorgang (ausschalten für  $\tau_V = 0$ )

### 11.2 Ortskurven der gebräuchlichsten Regler

#### 1) P-Regler



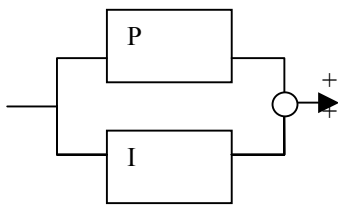
#### 2) PI-Regler

$$x_a = K_p \cdot x_e + \frac{K_p}{\tau_n} \int x_e dt$$

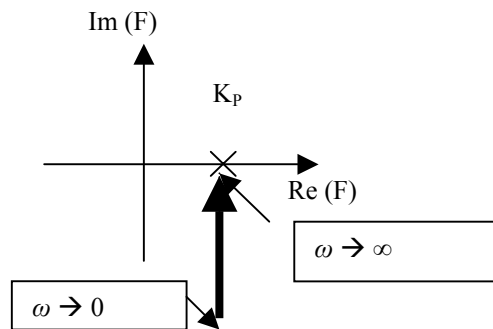
$$F = F_p + F_I$$

$$F = K_p \left( 1 - j \cdot \frac{K_p}{\tau_n \cdot \omega} \right)$$

$$F_p = K_p$$



$$F_I = -j \cdot \frac{K_p}{\tau_n \cdot \omega}$$



Eingriff ist **frequenzabhängig variabel**. Starker Eingriff bei kleinen Frequenzen → keine stationäre Regelabweichung

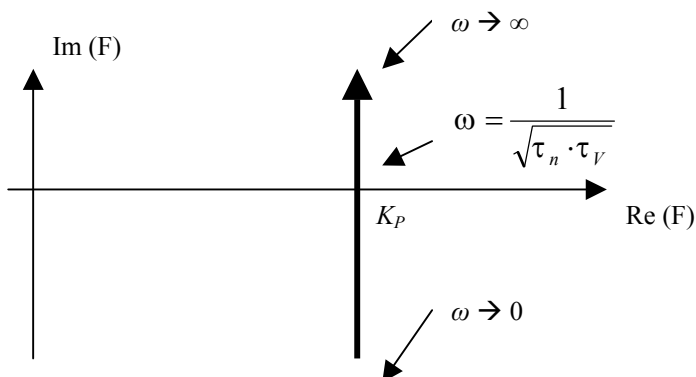
#### 3) PID – Regler

$$F = K_p \left( 1 - j \cdot \left( \frac{1}{\tau_n \cdot \omega} - \tau_n \cdot \omega \right) \right)$$

Realteil =  $K_p$

$\omega \rightarrow 0$       Imaginärteil  $\rightarrow -\infty$   
 wie PI-Regler

$\omega \rightarrow \infty$       Imaginärteil  $\rightarrow +\infty$



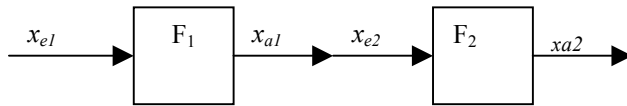
Imaginärteil = 0  
 (Verhalten wie P-Regler)

für  $\frac{1}{\tau_n \cdot \omega} - \tau_n \cdot \omega = 0$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\tau_n \cdot \tau_v}}$$



## 11.3 Reihenschaltung



**Frequenzgänge werden multipliziert!**  
gilt auch für mehr als 2 Elemente

$$x_{a1} = F_1 \cdot x_{e1}$$

$$x_{a2} = F_2 \cdot x_{e2} = F_2 \cdot x_{a1}$$

Konstruktion der Ortskurve durch  
Drehstreckung



$$x_{a2} = F_2 \cdot F_1 \cdot x_{e1}$$

- Amplituden multiplizieren
- Winkel addieren

ergibt Punkt auf der resultierenden  
Kurve

$$F_{ges} = F_2 \cdot F_1$$

$$F_{ges} = |F_1| \cdot |F_2| \cdot e^{j\varphi_1} \cdot e^{j\varphi_2}$$

$$F_{ges} = |F_1| \cdot |F_2| \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

**Beispiel:**

Ortskurve bei Reihenschaltung: Dieses Beispiel entspricht dem Durchlauferhitzer, wobei der Speicher eine Zeitkonstante von 100 sec und einen  $K_P$ -Wert von 4 K/kW hat und der Fühler eine Zeitkonstante von 20 sec und einen  $K_P$ -Wert von 1 K/K (siehe früheren Abschnitt).

Zwei  $PT_1$  – Glieder

$$K_{P1}=4 \quad \tau_1=100$$

$$K_{P2}=1 \quad \tau_2=20$$

$$F_1 = \frac{4}{1 + j \cdot \omega \cdot 100}$$

$$F_2 = \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot 20}$$

$$F = F_2 \cdot F_1$$

$$\omega = 0 \quad F = 1 \cdot 4 = 4 \quad \text{Kurve Anfang}$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad F = 0 \quad \text{Kurve Ende}$$

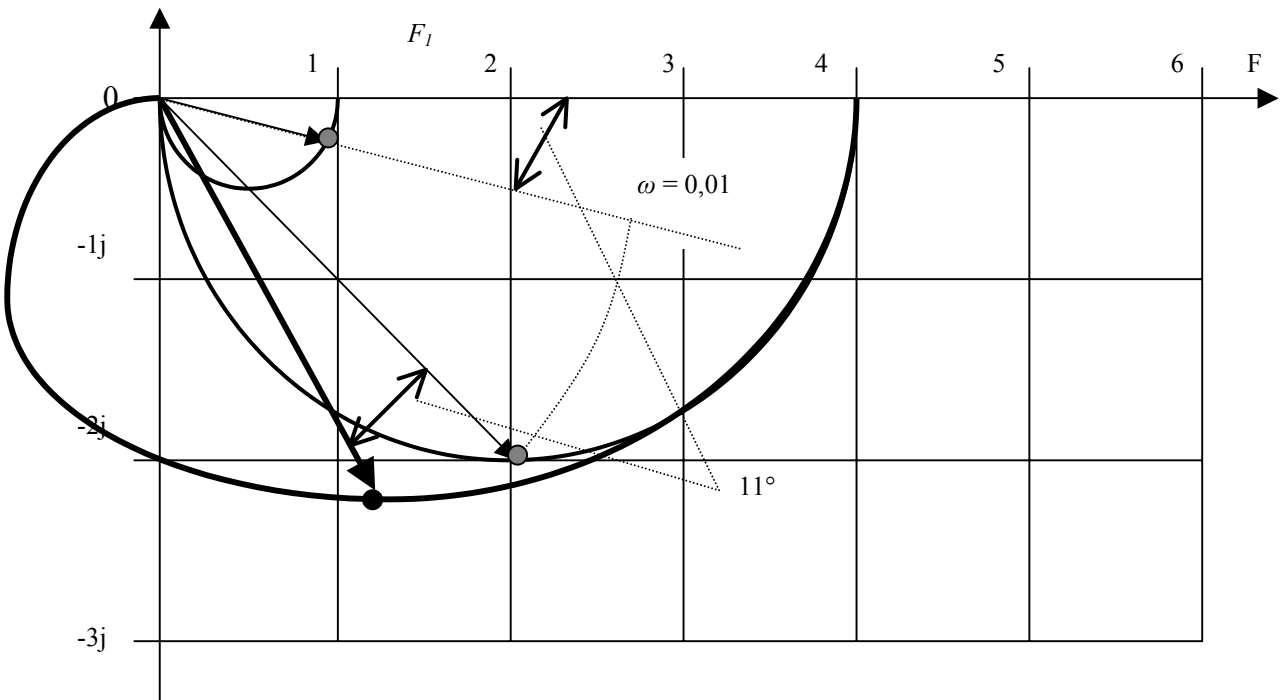
Ein Punkt in der Mitte bei  $\omega_{E1}$ , der  
Eckfrequenz des ersten Elements  $F_1$

$$\omega = 0,01 \quad F_1 = \frac{4}{1 + j} = 2 \cdot (1 - j)$$

$$\omega \cdot \tau_2 = 0,2 \quad |F_2| = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,2^2}} = 0,98$$

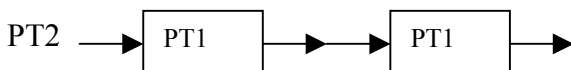
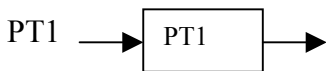
$$\varphi_2 = -\arctan 0,2 = -11^\circ$$

**Ortskurve des PT<sub>2</sub>-Verhaltens:**

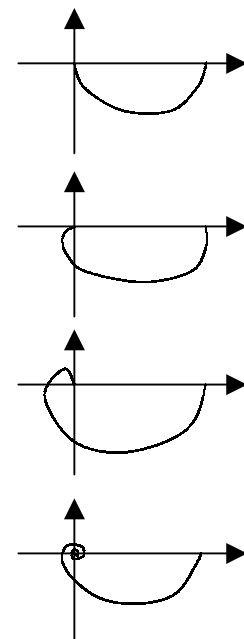


Entscheidend ist die Verallgemeinerung:

Wenn weitere PT1-Elemente dazukommen, erreicht die Kurve jeweils den nächsten Quadranten und es baut sich eine Art Spirale auf.



PTn



Ein Quadrant bedeutet -90°. Es kommen also pro PT1-Glied eine maximale Phasenverschiebung von -90 ° bei hohen Frequenzen hinzu.

Wenn man den ganzen Regelkreis betrachtet, dann kann bei einer Phasenverschiebung von -180° Instabilität (nächster Abschnitt) auftreten. Dies ist ab zwei PT1-Elementen gegeben.

Anschaulich bedeutet die Spirale: Bei zunehmender Frequenz wird das Signal immer stärker gedämpft und die Phasenverschiebung nimmt kontinuierlich zu.

## 12. Verhalten des geschlossenen Regelkreises

Vorbemerkung:

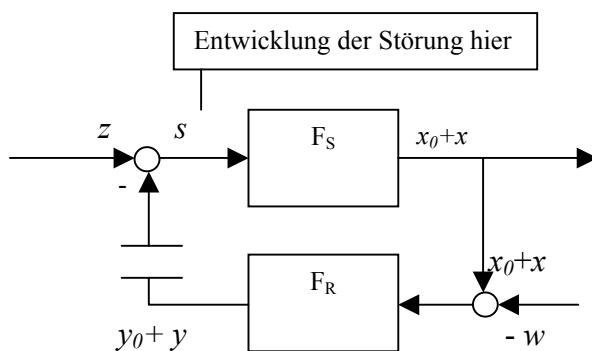
Ein geschlossener Regelkreis verhält sich bei hohen Frequenzen wie ein Schwingkreis. Er kann schwingendes Verhalten bei einer typischen Resonanzfrequenz zeigen. Der Grund dafür ist, dass bei hohen Frequenzen Phasenverschiebungen von mehr als  $-180^\circ$  auftreten (vorhergehende Ortskurven). Diese machen aus der Gegenkopplung im Kreis bei den hohen Frequenzen eine Mitkopplung (Schwingkreisverhalten). Der Regelkreis muss dann noch so stark dämpfen, dass diese Resonanzschwingungen entweder nicht sichtbar sind oder schnell abklingen. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist kommt es zur Entdämpfung und damit zur Dauerschwingung (Instabilität).

### 12.1 Stabilität

Zur Erinnerung:

- Die Ziele sind:
- Stabilität
  - Möglichst geringe Regelabweichung (nach dem Einschwingvorgang)
  - Einschwingvorgang möglichst nach Vorgabe (Geschwindigkeit)

Regelkreis: Kreisschaltung

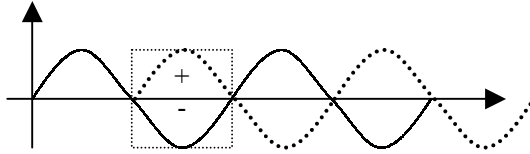


Phasenverschiebung:  $-180^\circ$   
 zugehörige Frequenz:  $\omega_{krit}$

Ausgangszustand	Störung
Eingeschwungener Zustand= Arbeitspunkt	$z$ $s$ im Regelkreis
Stellgröße $y_0$	$y$
Regelgröße $x_0$	$x$
Sollwert $w$	

Die Störung  $s$  hat eine Frequenz, so dass die Phasenverschiebung:  $-180^\circ$  beträgt.  
 Die zugehörige Frequenz  $\omega_{krit}$  erzeugt  $\varphi_{krit} = -\pi$ . In jedem Regelkreis muss die Frequenz der Störung  $s$  nur hoch genug sein und die Bedingung ist erfüllt.

→  $F_0 = F_S \cdot F_R = |F_0| \cdot e^{-j\pi} = -|F_0|$  (Vorzeichenumkehr):



Aus der Gegenkopplung wird dadurch die Mitkopplung:

Entwicklung der Störung beim Durchlaufen des Regelkreises:

$$y = F_R \cdot x = F_S \cdot F_R \cdot s \qquad y = -|F_0| \cdot s$$

Signalzustand vor der Regelstrecke:  $z$

Ausgangszustand:  $s_0 = z$

Signalumlauf 1:  $s_1 = z - y_1 = z + |F_0| \cdot s_0 = z + |F_0| \cdot z$

Signalumlauf 2:  $s_2 = z - y_2 = z + |F_0| \cdot s_1 = z + |F_0| \cdot z + |F_0|^2 \cdot z$

Signalumlauf 3:  $s_n = z - y_n = z + |F_0| \cdot s_{n-1} = z \cdot (1 + |F_0| + |F_0|^2 + \dots + |F_0|^{n-1})$

← Verstärkung nach →  
 n-maligem Signalumlauf

Geschlossener Regelkreis  $\leftrightarrow$  Signalumlauf  $n \rightarrow \infty$

Gesamtverstärkung:

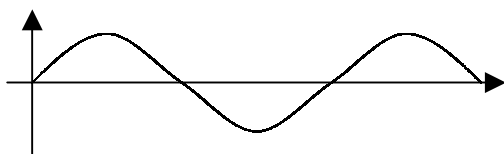
$\infty$  für  $|F_0| \geq 1$  Instabilität

$$(1 + |F_0| + |F_0|^2 + \dots + |F_0|^{n-1}) =$$

$\frac{1}{1 - |F_0|}$  für  $|F_0| < 1$  Stabilität

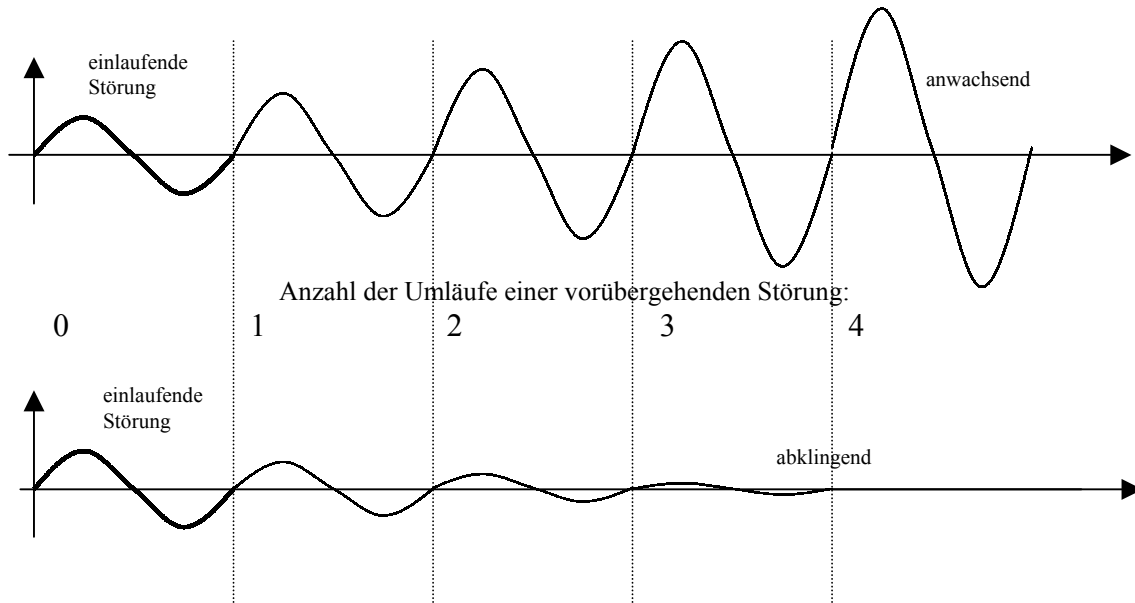
**Interpretation:**

1) Reaktion bei anhaltenden Störungen



- f.  $|F_0| \geq 1$  maximale Schwingung  
 (Begrenzung durch Stellgröße)
- f.  $|F_0| < 1$  endl. Schwingung

2) Reaktion bei vorübergehenden Störungen



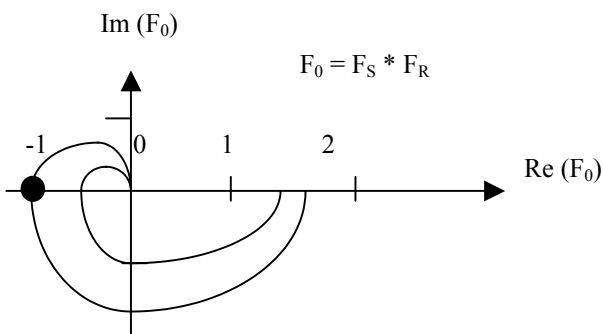
Dieses Bild ist folgendermaßen zu interpretieren:

Man bezeichnet  $|F_O| = |F_S| \cdot |F_R|$  (gesprochen „F-Kreis“) als den Betrag des Kreisfrequenzgangs. Dieser bestimmt die Dämpfung entsprechend obenstehendem Bild. Ist der Betrag des Kreisfrequenzgangs  $|F_O|$  bei der kritischen Frequenz  $< 0$ , dann ist der Regelkreis stabil.

Für typische Einstellungen nimmt man für  $|F_O|$  einen Wert von 0.3 – 0.5. Das entspricht dann vom Verhalten her dem zweiten Teil des Bilds.

12.2 Stabilitätskriterium nach Nyquist

Ortskurve für den „aufgeschnittenen“ Regelkreis:  
 Regelstrecke – Regler – Frequenzgang



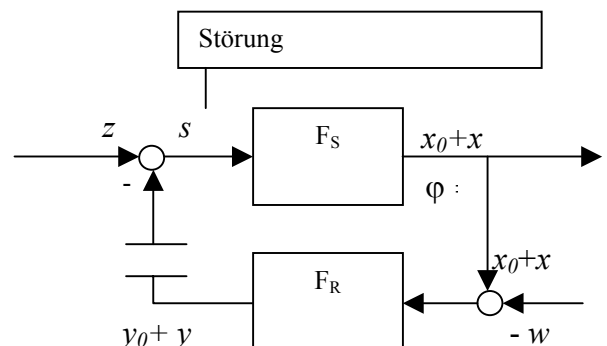
**Kritischer Punkt: -1**

Schnittpunkt mit der reellen Achse,  
 links von -1 → instabil, sonst stabil  
 oder

$F_0 > -1$   
 → stabil

$F_0 < -1$   
 → instabil

Regelkreis: Kreisschaltung

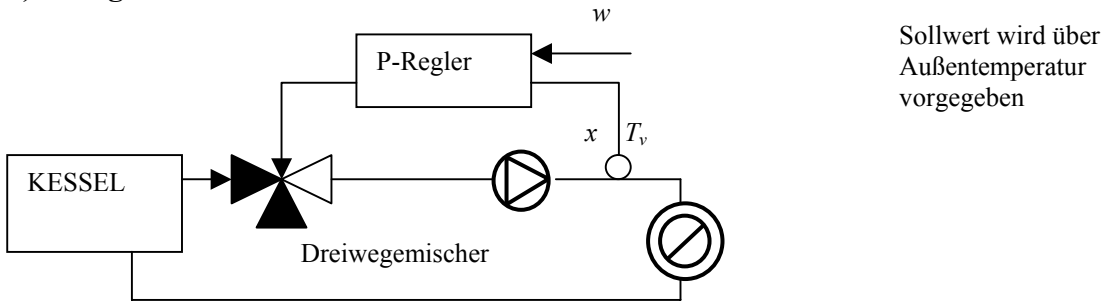


**12.2.1 Stabilitätsbetrachtung mit Nyquistkriterium (Beispiel)**

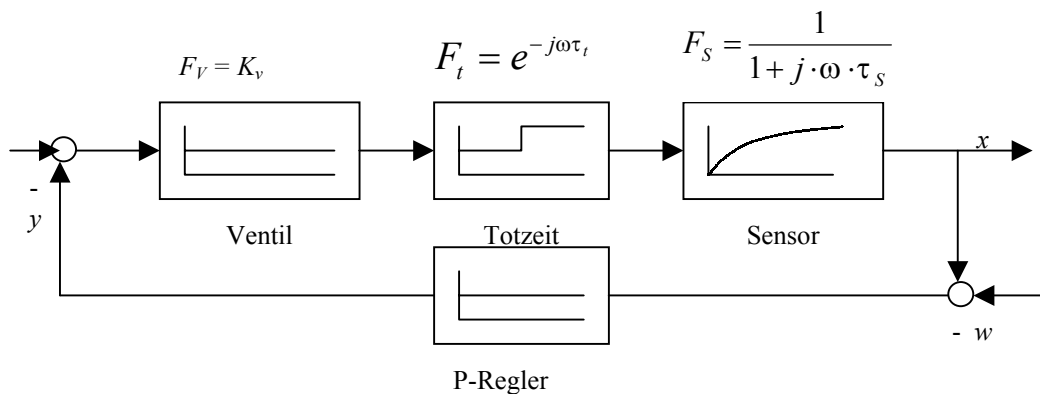
Als Beispiel für die Anwendung der Frequenzgangmethoden soll eine Heizungsvorlauf-temperaturregelung betrachtet werden.

**Beispiel:** Regelung der Heizungsvorlauf-temperatur mit P – Regler

**1) Anlagenschaltbild**



**2) Signalflußplan**



$F_0$  : Frequenzgang offener Regelkreis

$$F_0 = F_V \cdot F_t \cdot F_{Se} \cdot F_R = K_V \cdot K_{PR} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau_S} \cdot e^{-j\omega\tau_t}$$

$$K_V \cdot K_{PR} = V_0 \quad \text{Frequenzgang für } \omega \rightarrow 0$$

**Die Größe  $V_0$  (sprich „V-Kreis“) wird auch stationäre Kreisverstärkung genannt.**

Der komplette Regelkreis wird in der aufgeschnitten gedachten Form als eine Serienschaltung von Regelkreisgliedern betrachtet.

**Serienschaltung bedeutet Multiplikation aller Elemente.**

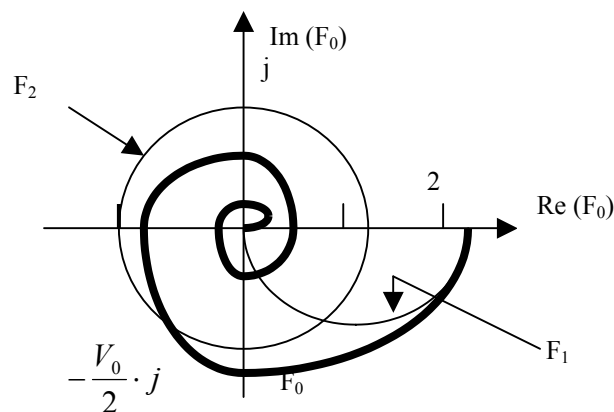
Man spaltet den Frequenzgang in zwei Teile auf, wobei der eine  $F_2$  die Totzeit beinhaltet und  $F_1$  den Rest. Das kann man dann bei allen Regelstrecken dieser Art so ansetzen, so dass die nachstehende Überlegungen auf alle Regelstrecken mit Ausgleich, die durch eine Serienschaltung der Frequenzgänge darstellbar sind, verallgemeinerbar sind.

Damit wird aus der Ortskurve des aufgeschnittenen Regelkreises:

$$F_o = F_1 \cdot F_2$$

$$F_1 = F_V \cdot F_{Se} \cdot F_R \qquad F_2 = F_t$$

Ortskurve des „aufgeschnittenen“ Regelkreises:



### Berechnung der maximalen Kreisverstärkung $V_0$ ( $\tau_t = 10\text{sec}, \tau_s = 100\text{sec}$ )

$$|F_0| = \frac{V_0}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau_s^2}}$$

$$|F_0| = \frac{V_0}{\sqrt{1 + X^2}}$$

$$K_{PR} = \frac{V_0}{K_V}$$

$$\varphi = -\arctan(\omega \cdot \tau_s - \omega \cdot \tau_t)$$

$$\varphi = -\arctan \omega \cdot \tau_s - (\omega \cdot \tau_s) \cdot \frac{\tau_t}{\tau_s}$$

$$\omega \tau_s = X \text{ (Abkürzung)}$$

$$\frac{\tau_s}{\tau_t} = S$$

*Schwierigkeit (Parameter)*

$$\varphi = -\arctan X - X \cdot S$$

$$\varphi = -\pi \rightarrow |F_0| < 1$$

$$-\pi = -\arctan X - X \cdot S$$

*Stabilitätsbedingung*

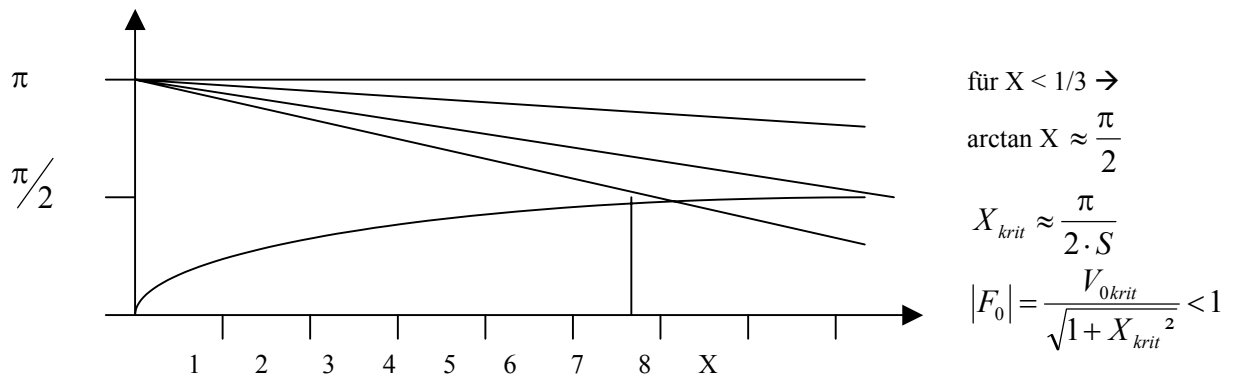
$$\arctan X = \pi - X \cdot S$$

Vorgehensweise:

1. Die kritische Kreisfrequenz wird bestimmt aus der Gleichung für die Phasenverschiebung von  $-\pi$  ( $\omega_{krit}$ , ist in  $X_{krit}$  enthalten)
2. Einsetzen in den Amplitudengang liefert  $V_{o,krit}$ .

Die Gleichung für die Phasenverschiebung (transzendente Gleichung) muss man graphisch oder mit dem Rechner lösen.

## 12.2.2 Graphische Darstellung



$$V_{0krit} = \sqrt{1 + X_{krit}^2}$$

$$V_{0krit}^2 = 1 + X_{krit}^2$$

$$S < 1/3 \rightarrow X_{krit} \gg 1 \quad \rightarrow$$

$$V_{0,krit} = X_{krit}$$

$$V_{0krit} = \frac{\pi}{2 \cdot S}$$

$$\rightarrow S = \frac{\tau_t}{\tau_{se}} = 0,1 \rightarrow V_{0krit} \approx 15,7$$

**Zur Interpretation der Vorgehensweise:**

Bei der graphischen Lösung einer Gleichung zerlegt man diese in zwei Teile (rechte Seite, linke Seite) und trägt die beiden Teile graphisch in einem Diagramm auf über der gesuchten Größe als x-Achse. Die Lösung entspricht dem Schnittpunkt zwischen den beiden Anteilen.

Im Beispiel oben kann man dadurch eine Näherung einführen, die das Gleichungssystem ohne Benutzung des Rechners lösbar macht. Der Schnittpunkt liegt bei den typischen Verhältnissen der Zeitkonstanten der Regelstrecke so weit rechts, dass sich der Arcustangens aufgrund des zugehörigen großen  $X_{krit}$  durch  $\pi$  ersetzen lässt. Dies führt dann zu den angegebenen Vereinfachungen, mit denen sich ganz allgemein  $X_{krit}$  und  $V_{0,krit}$  bestimmen lassen.

Die Ergebnisse sind verallgemeinerbar und gelten für alle Regelstrecken mit Ausgleich.

Betrachtet wurde bis jetzt die Stabilitätsgrenze.

Sucht man eine passende Reglereinstellung, dann muss man den Wert von  $|F_o|$  und proportional dazu den Wert von  $V_o$  verkleinern, so dass sich ergibt.

$$V_{o,Einstellung} \approx V_{o,krit} \cdot 0,3$$

Das ist eine grobe Regel, die zu einer ausreichenden Dämpfung im Regelkreis führt, so dass dieser stabil ist, stellt jedoch noch keine Optimierung dar (wird später erklärt).



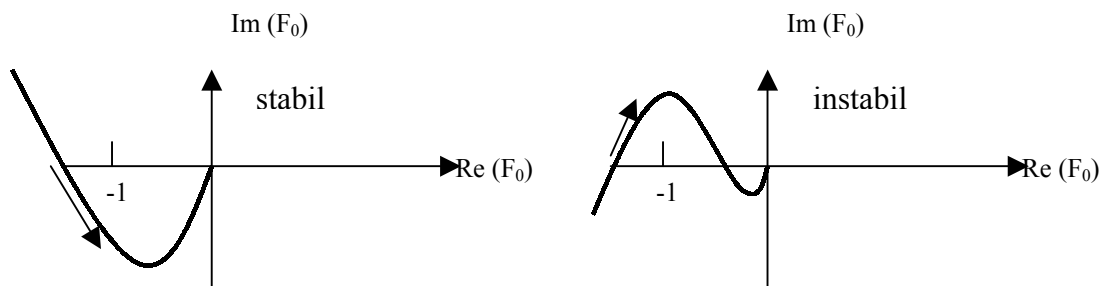
### 12.3 Verallgemeinertes Stabilitätskriterium

(soll hier ohne Beweis zur Vervollständigung angegeben werden)

Bewegt man sich auf der Ortskurve ( $F_0$ ) in Richtung zunehmender  $\omega$ -Werte, so gilt:

Falls der kritische Punkt auf der linken Seite liegt  $\rightarrow$  STABILITÄT

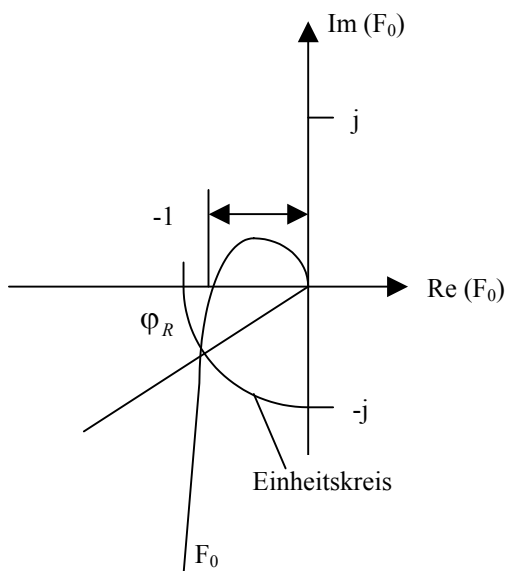
Falls der kritische Punkt auf der rechten Seite liegt  $\rightarrow$  INSTABILITÄT



### 12.4 Relative Stabilität – Stabilitätsreserve

(Vorgabe für den Einschwingvorgang)

#### Ortskurve für $F_0$



Amplitudenrand  
 (=Amplitudenreserve)

$$A_R = \frac{1}{|F_0|} \text{ für } \varphi = -\pi$$

Phasenrand  
 (=Phasenreserve)

$$\varphi_R = \pi + \varphi \text{ für } |F_0| = 1$$

Forderung an die Kennwerte für die relative Stabilität:  $A_R \geq 2,5$   $30^\circ \leq \varphi_R \leq 60^\circ$

Schnelle Reaktion  
 längeres Nachschwingen

langsame Reaktion  
 eher gedämpft

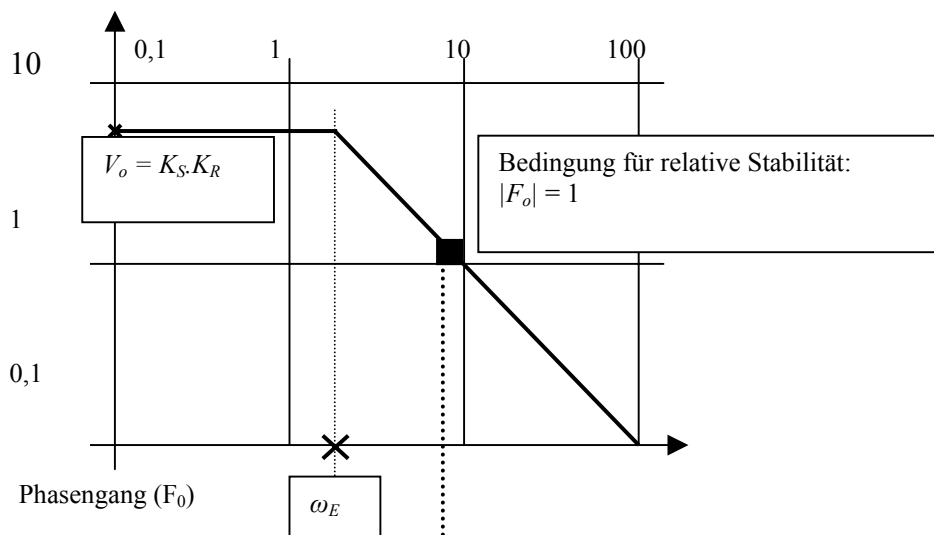
## 12.5 Stabilitätsuntersuchung mit Verwendung des Bode-Diagramms

Das Bodediagramm hat den Vorteil, dass mehr Größen beurteilbar sind und die wesentlichen Information genauer ablesbar sind. Die Konstruktion erfolgt so, dass alle Beiträge des offenen Regelkreises sowohl im Amplitudengang-Diagramm als auch im Phasengangdiagramm addiert werden. Die Winkel addieren sich bei einer Serienschaltung, die Amplitudengänge multiplizieren sich. Da der Amplitudengang doppeltlogarithmisch dargestellt wird, erfolgt auch dort eine graphische Addition.

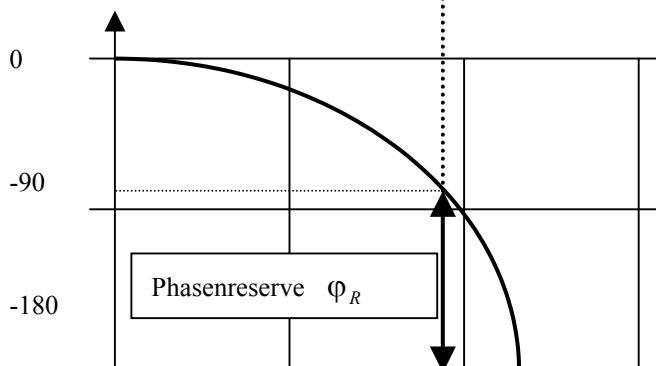
Hier werden nur zwei Spezialfälle behandelt, die besonders einfach sind. Alle anderen (komplizierteren) Fälle werden behandelt, indem das Bodediagramm mit Hilfe eines Programms erstellt wird. Die hier behandelten Spezialfälle führen dazu, dass die Methodik insgesamt verständlich wird. Alle hier angeführten Aufgaben sind im Rahmen des Programms, das im Praktikum benutzt wird, nachvollziehbar.

Das Prinzip des Verfahrens ist in der nachfolgenden Zeichnung dargestellt:

Amplitudengang ( $F_o$ )



Phasengang ( $F_o$ )



- Man *zeichnet zuerst den Phasengang*. Dabei werden die einzelnen Beiträge der Regelkreisglieder addiert (siehe nachfolgende Beispiele).
- Dann zeichnet man den Amplitudengang, der aus einem einzelne PT1-Gied besteht mit dem Faktor  $V_o = K_S \cdot K_R$ .

### Fall 1/ Kontrolle einer Reglereinstellung

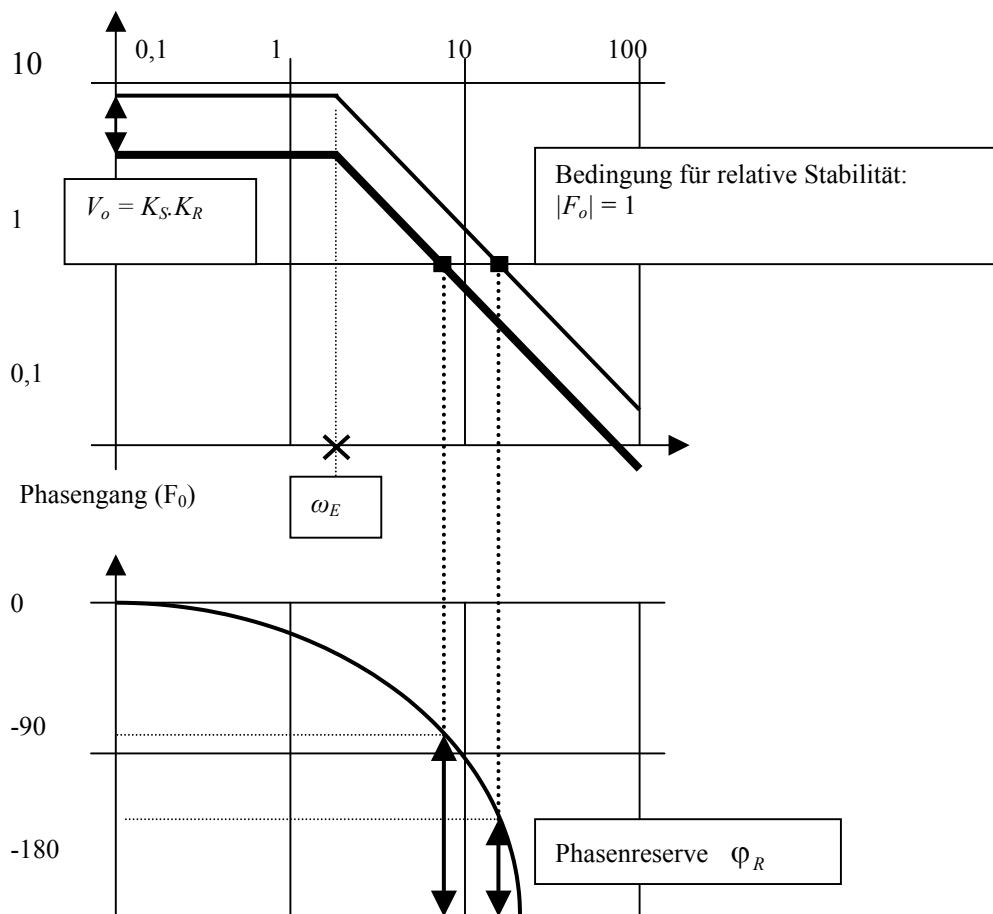
Ist die Reglereinstellung gegeben, dann kann man den Amplitudengang in der Näherung, wie sie beim PT1-Verhalten eingeführt wurde, zeichnen und bekommt durch die im Bild gezeigte Konstruktion sofort die Phasenreserve.

### Fall 2/ Ermittlung einer geeigneten Reglereinstellung

Wenn man den Amplitudengang zunächst willkürlich einzeichnet, dann kann man die Phasenreserve ablesen. Dann muss man sich die gewünschte Phasenreserve vorgeben (durch später erläuterte Zusatzüberlegungen). Ein typischer Standardwert in der Anlagentechnik ist  $60^\circ$ .

Wenn man den Amplitudengang gedanklich nach oben und nach unten verschiebt, wie im nachfolgenden Bild gezeigt, dann ändert sich die Phasenreserve.

Amplitudengang ( $F_o$ )



12.5.1 Beispiel Vorlauftemperatur – Regelung mit P-Regler

$$K_V = \frac{1^\circ\text{C}}{\text{Grad}} = 1$$

$$\tau_S = 100\text{sec}$$

$$\tau_t = 20\text{sec}$$

$$\omega_{ES} = 0,1$$

$$\frac{1}{\tau_t} = 5 \cdot 10^{-1}$$

Phasenreserve:

$$\varphi = \pi/3$$

Amplitudenreserve:

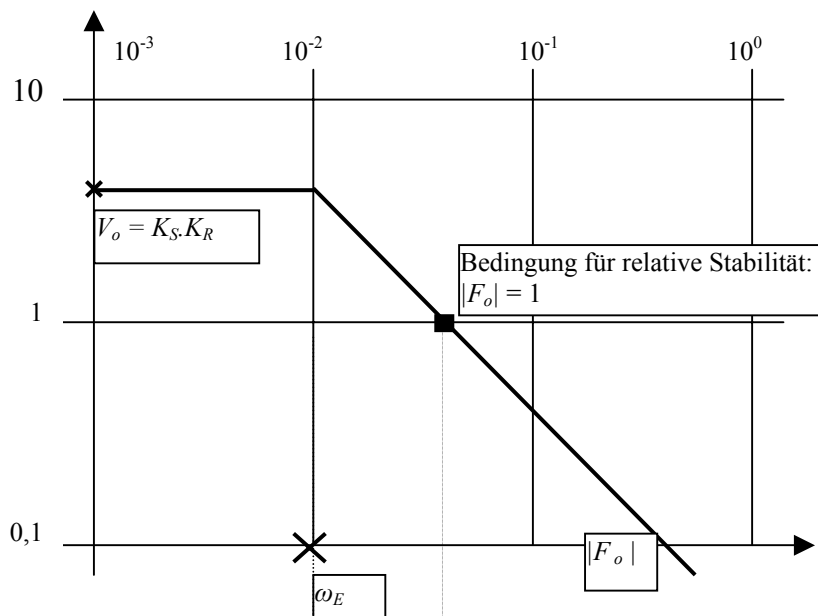
$$|F_0| = 0,3$$

$$A_R = 3,3$$

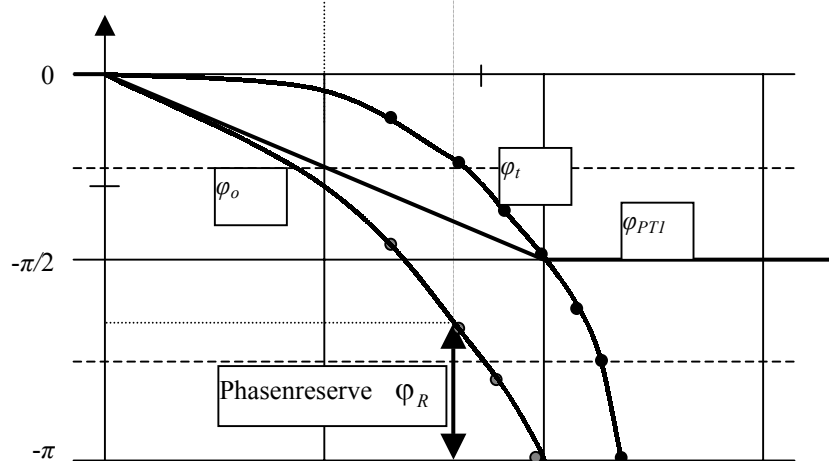
$$V_0 = K_{PR} \cdot K_V = 3$$

$$K_{PR} = \frac{3}{K_V}$$

Amplitudengang ( $F_0$ )



Phasengang ( $F_0$ )



$\varphi_t$	$-\pi/8$	$-\pi/4$	$-3\pi/8$	$-\pi/2$	$-3\pi/4$	$-\pi$
$\omega$	0.020	0.039	0.059	0.079	0.118	0.157

## 12.5.2 Konstruktion des Bodediagramms

Zusammenfassung der wesentlichen Schritte:

### Phasengang:

1. Die Gesamtkurve entsteht aus der Addition der Einzelbeiträge.
2. Die Darstellung der Einzelbeiträge im Kreisfrequenzgang  $F_0=F_1 \cdot F_2 \cdot F_3$  erfolgt in der Geradenapproximation. Die Totzeit muss Punkt für Punkt anhand der Totzeit-Tabelle gezeichnet werden.
3. Die graphische Addition erfolgt so, dass die Totzeit Punkt für Punkt an das PT1-Verhalten nach unten abgetragen wird. Die entstehenden Punkte werden verbunden. Damit entsteht die Gesamtkurve  $\varphi_o$ .

### Amplitudengang:

1. Die Darstellung der Einzelbeiträge im Kreisfrequenzgang  $F_0=F_1 \cdot F_2 \cdot F_3$  durch die erfolgt auch mit der Geradenapproximation.
2. Die graphische Addition der Einzelbeiträge ergibt den Amplitudengang für den offenen Regelkreis  $|F_o|$  (entfällt bei den einfacheren Beispielen).
3. Die Gesamtkreisverstärkung (stationär) wird zusammengefasst  $V_0=K_s \cdot K_R$ .

Das Bild im Skript ist eine Skizze. Für die Anwendung gibt es vorgefertigte Bodediagramme. Ein solches ist auch diesem Skript beigelegt.

### Aufgabe:

Erstellen sie für das vorgegebene Beispiel das entsprechende Bodediagramm mit dem beigelegten vorgefertigten Bodediagramm. Variieren Sie die Phasenreserve und die Zeitkonstanten der Strecke.

Die angegebene Methodik zur Erstellung des Bodediagramms wird im Prinzip auf alle vorkommenden Aufgabenstellungen in der gleichen Weise angewandt. Wenn man ein komplexeres Modell der Strecke mit mehr Regelkreiselementen verwendet, dann ist die Erstellung von Hand mühsam. Es gibt dann vorgefertigte Programme (Beispiel MATLAB/SIMULINK), mit denen sich die entsprechende Aufgabenstellung durchführen lässt. Für das sichere Verständnis und für die Bewertung der Ergebnisse aus Fragestellungen ist es zwingend, dass man einfache Bodediagramme von Hand erstellen kann.

---

### 12.6 Beiträge von Reglern im Bodediagramm

Man bestimmt zunächst die Beiträge der einzelnen Reglertypen im Bodediagramm und verwendet dabei wieder die Geradenapproximation. Der Vorteil ist jetzt, dass sich gewisse Regelmäßigkeiten (Symmetrien) ergeben. Der PI-Regler wird beispielsweise mit der gleichen Methodik gezeichnet wie das PT1-Verhalten (Bild unten).

#### 12.6.1 PI – Regler

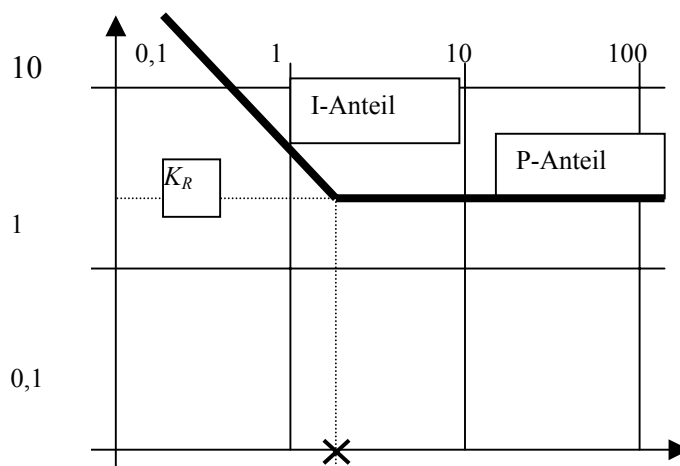
$$F_R = K_P \cdot \left( 1 + \frac{1}{j\omega\tau_n} \right)$$

$$|F_R| = K_P \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{1}{j\omega\tau_n} \right)^2}$$

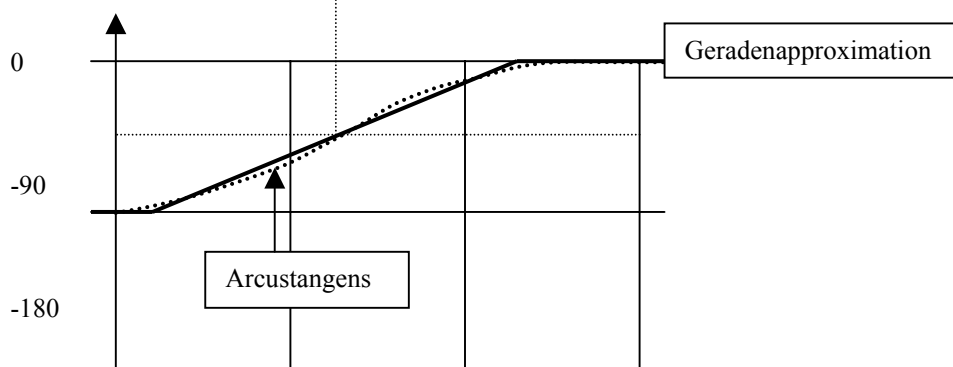
$$\varphi = \arctan \frac{\text{Im}(F_R)}{\text{Re}(F_R)} = - \arctan \left( \frac{1}{\omega \cdot \tau_n} \right)$$

$$\varphi = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & \text{für } \omega \rightarrow 0 \\ -\frac{\pi}{4} & \text{für } \omega \rightarrow \frac{1}{\tau_n} \\ 0 & \text{für } \omega \rightarrow \infty \end{cases}$$

Amplitudengang (F<sub>0</sub>)



Phasengang (F<sub>0</sub>)



12.6.2 Beispiel Vorlauftemperatur – Regelung mit PI-Regler

$$K_V = 1 \frac{^{\circ}\text{C}}{\%}$$

$$\tau_S = 100 \text{ sec}$$

$$\tau_t = 20 \text{ sec}$$

$$\omega_{ES} = 0,1$$

$$\frac{1}{\tau_t} = 5 \cdot 10^{-1}$$

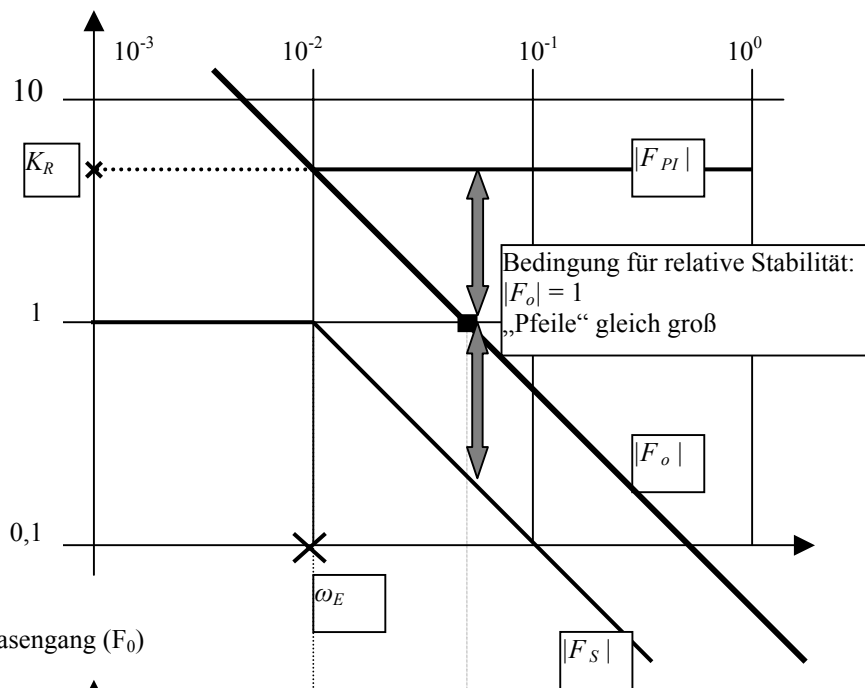
Phasenreserve:

$$\varphi = \pi/4$$

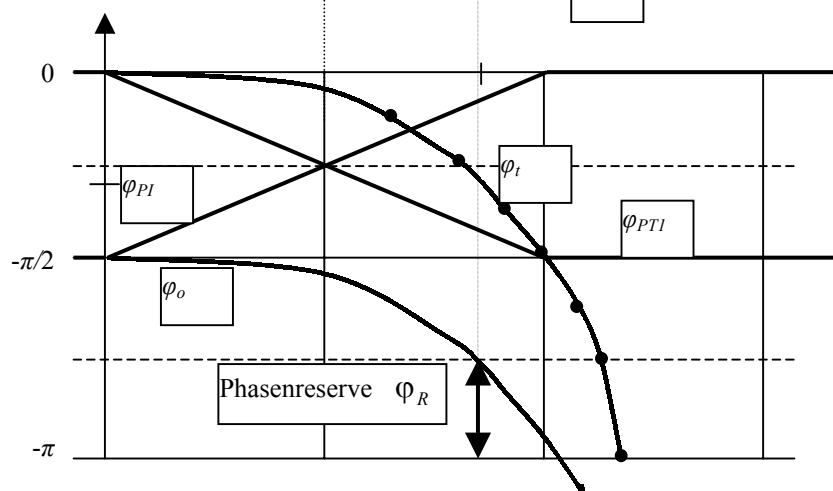
$$\tau_N = \tau_S = 100 \text{ sec}$$

$$K_V = K_S = 1 \text{ } ^{\circ}\text{C}/\%$$

Amplitudengang ( $F_0$ )



Phasengang ( $F_0$ )



$\varphi_t$	$-\pi/8$	$-\pi/4$	$-3\pi/8$	$-\pi/2$	$-3\pi/4$	$-\pi$
$\omega$	0.020	0.039	0.059	0.079	0.118	0.157

12.6.3 Beispiel Vorlauftemperatur – Regelung mit PI-Regler 2. Fall

$$K_V = 0.7 \frac{^{\circ}C}{\%}$$

$$\tau_S = 100 \text{ sec}$$

$$\tau_I = 20 \text{ sec}$$

$$\omega_{ES} = 0,1$$

$$\frac{1}{\tau_t} = 5 \cdot 10^{-1}$$

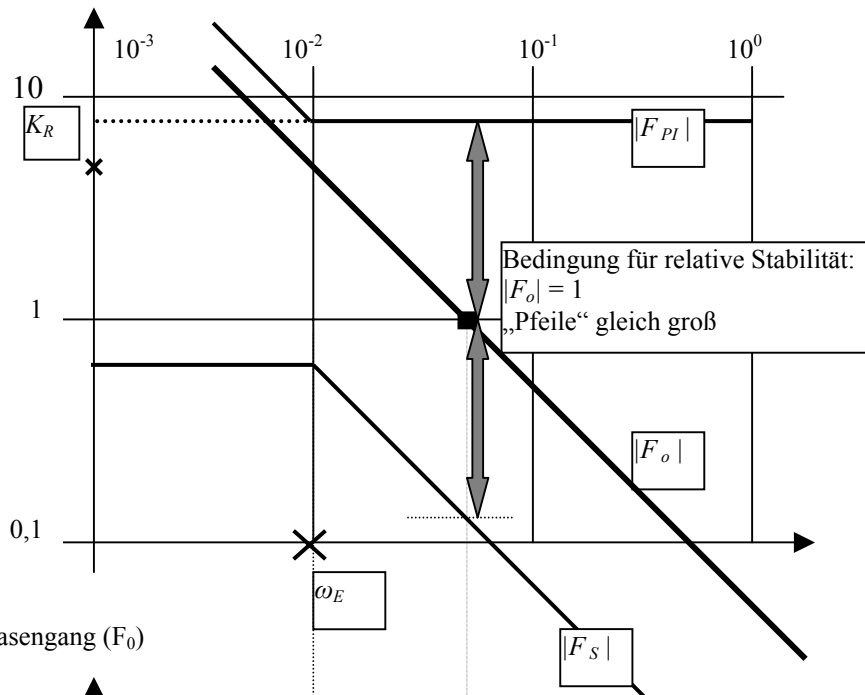
Phasenreserve:

$$\varphi = \pi/4$$

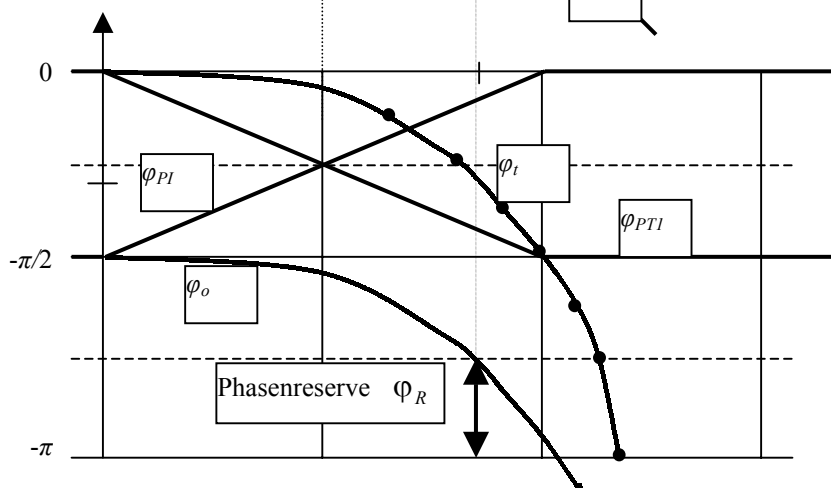
$$\tau_N = \tau_S = 100 \text{ sec}$$

$$K_V = K_S = 0.7 \text{ } ^{\circ}C/\%$$

Amplitudengang ( $F_0$ )



Phasengang ( $F_0$ )



$\varphi_t$	$-\pi/8$	$-\pi/4$	$-3\pi/8$	$-\pi/2$	$-3\pi/4$	$-\pi$
$\omega$	0.020	0.039	0.059	0.079	0.118	0.157



## Literatur

- [1] Arbeitskreis der Dozenten für Regelungstechnik, Regelungs- und Steuerungstechnik in der Versorgungstechnik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003  
*Ideal geeignet für alle, die Technische Gebäudeausrüstung als Studiengang gewählt haben, aber auch sehr gut geeignet für die Energiesystemtechnik. Es werden viele Beispiele vorgestellt. Das ist beim Einstieg in die Regelungstechnik besonders wichtig.*
- [2] H. Mann, H. Schiffelgen, R. Froriep: Einführung in die Regelungstechnik, Hanser-Verlag 2002  
*Sehr gutes Buch , didaktisch sehr gut aufbereitet, es geht stärker in die Tiefe als das Buch unter [1]. Besonders gut geeignet für die, die noch ein bisschen weiter als in der Vorlesung blicken wollen.*
- [3] J. Bergmann: Automatisierungs- und Prozessleittechnik, Fachbuchverlag Leipzig 1999  
*Die Anwendung in der Verfahrenstechnik steht stark im Vordergrund. Die Grundlagen werden (allerdings eher kurz) alle mitbehandelt.*
- [4] O. Föllinger: Regelungstechnik, Hüthig-Verlag Leipzig 1999  
*Der Autor ist einer der Pächste auf dem Gebiet der Regelungstechnik. Die Inhalte führen an manchen Stellen über den Rahmen der Vorlesung hinaus und tiefer in die Theorie hinein. Vom Aufbau her ist es ein ausgezeichnetes Buch.*
- [5] H. Walter: Kompaktkurs Regelungstechnik, Vieweg-Verlag Leipzig 1999  
*Dieses Buch ist sehr zu empfehlen für diejenigen, die die (auch theoretischen) Grundlagen noch einmal kompakt und gut zusammengestellt sehen wollen.*
- [6] Arbeitskreis der Dozenten für Regelungstechnik, Digitale Gebäudeautomation, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003  
*Dieses Buch führt in die Anwendung, also in den Bereich Automationsysteme, Netzwerktechnik, Speicherprogrammierbare Steuerungen, Energiemanagement, Optimierung. Das Buch wird in der „Steuerungs- und Regelungstechnik II“ und in der Veranstaltung „Elektrische Energietechnik“ (beim Thema speicherprogrammierbare Steuerungen eingesetzt). Wer ein bisschen vorausschauen will.....*

Es gibt noch viele andere gute Bücher.

Wichtig:

**Sie sollten mit mindestens einem Buch parallel zur Vorlesung arbeiten! Damit Sie meine Aussagen überprüfen können!**

---

## Anhang

### Anhang 1: Formelzeichen

#### Notation d/dt wird abgekürzt durch den Punkt über den Größen

$\omega$	Kreisfrequenz bei Sinussignalen oder komplexen e-Funktionen
$\varphi$	Phasenverschiebung bei Sinussignalen oder komplexen e-Funktionen
$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient
$\tau$	Zeitkonstante
$\varphi(j\omega)$	Phasengang mit Argument
$\omega_D$	Durchtrittsfrequenz (die Kreisfrequenz, bei der der Amplitudengang offenen Regelkreises $ F_o  = 1$ ist)
$\omega_E$	Eckfrequenz (die Kreisfrequenz, bei der der Amplitudengang des PT1-Verhaltens abfällt)
$\tau_{ein}$	Einschaltdauer
$\tau_g$	Ausgleichszeit
$\tau_i$	Zeitkonstanten mehrerer PT1-Elemente; $i = 1 \dots n$
$\tau_N$	Nachstellzeit
$\varphi_o$	Phasengang des Kreisfrequenzgangs (offener Regelkreis)
$\varphi_R$	Phasenreserve (auch „Phasenrand“)
$\tau_t$	Totzeit
$\tau_u$	Verzugszeit
$\tau_V$	Vorhaltezeit
$\Delta x_a$	Differenz der Ausgangsgröße
$\Delta x_e$	Differenz der Eingangsgröße
$\tau_Z$	Zyklusdauer
$ F $	Betrag des komplexen Frequenzgangs (Amplitudengang)
$ F_o $	Betrag des Kreisfrequenzgangs (offener Regelkreis)
$ F_R $	Betrag des Frequenzgangs eines Reglers
$ F_S $	Betrag des Frequenzgangs der Regelstrecke
$A$	Fläche
$a$	Realteil einer komplexen Zahl
$A_R$	Amplitudenreserve (auch „Amplitudenrand“)

---

$b$	Imaginärteil einer komplexen Zahl
$C$	elektrische Kapazität
$c$	Wärmekapazität
$c_i$	Wärmekapazität eines bestimmten Mediums
$D$	Differenzialanteil
$f$	Arbeitspunktgröße bei der Zweipunktregelung
$F$	Fläche
$F$	komplexer Frequenzgang
$F(j\omega)$	komplexer Frequenzgang mit Argument
$F_o$	Kreisfrequenzgang
$F_R$	Frequenzgang eines Reglers
$F_S$	Frequenzgang der Regelstrecke
$H$	Höhe (Füllstand) im Behälter
$I$	elektrischer Strom
$I$	INtegralanteil
$K_D$	Beiwert des Differentialanteils (beim Regler $K_D = K_P/\tau_V$ ; $\tau_V$ : Vorhaltezeit)
$K_I$	Integratorbeiwert (beim Regler $K_I = K_P/\tau_N$ ; $\tau_N$ : Nachstellzeit)
$K_P$	Proportionalbeiwert allgemein
$K_{PS}$	Proportionalbeiwert der gesamten Strecke
$K_S$	Proportionalbeiwert der gesamten Strecke
$L$	Trommelwasserstand, Füllstand allgemein
$lg$	dekadischer Logarithmus
$ln$	natürlicher Logarithmus
$M$	Masseninhalte
$m$	Massenstrom
$m_D$	Dampfmassenstrom
$M_i$	Masseninhalte bezogen auf Medium
$m_W$	Speisewassermassenstrom
$n$	Ordnung (Anzahl der PT1-Elemente)
$OSP$	Oberer Schalterpunkt beim Zweipunktregler
$P$	Elektrische Leistung
$P$	Proportionalanteil
$PTn$	Abkürzung für Verzögerungsglied der Ordnung $n$
$PT1$	Abkürzung für Verzögerungsglied erster Ordnung
$PT2$	Abkürzung für Verzögerungsglied zweiter Ordnung

---

$q$	Ladung
$Q$	Wärmeleistung
$Q$	Wärmemenge
$Q_B$	Brennstoffzufuhr
$r$	Betrag einer komplexen Zahl
$R$	Widerstand
$S$	Schwierigkeitsgrad einer Regelstrecke
$T$	Temperatur
$t$	Zeit
$T_a$	Austrittstemperatur
$T_e$	Eintrittstemperatur
$T_u$	Umgebungstemperatur
$T_{WT}$	Wärmetauscheroberflächentemperatur
$U_a$	Ausgangsspannung
$U_e$	Eingangsspannung
$U_{SP}$	Unterer Schalterpunkt beim Zweipunktregler
$v$	Geschwindigkeit
$V$	Volumen
$V$	Volumenstrom
$V_o$	Stationäre Kreisverstärkung ( $V_o=K_S \cdot K_R$ )
$w$	Sollwert
$Wh$	Sollwertbereich
$x$	Regelgröße
$x_0$	Grundwert (Startwert der Regelgröße), charakterisiert auch den Betriebspunkt
$x_a$	Ausgangssignal
$x_{aDach}$	Amplitude des Eingangssignals bei Sinussignalen oder komplexen e-Funktionen
$x_e$	Eingangssignal
$x_{eDach}$	Amplitude des Ausgangssignals bei Sinussignalen oder komplexen e-Funktionen
$X_h$	Regelgrößenbereich
$X_{hs}$	Regelbereich
$x_i$	beliebige Signalgrößen
$x_m$	zeitlich gemittelter Wert der Regelgröße
$x_{SD}$	Schaltdifferenz
$x_{WB}$	bleibende Regelabweichung
$y$	Stellgröße

---

$y_D$	Stellgröße des Differenzialanteils des Reglers
$Y_h$	Stellgrößenbereich
$y_I$	Stellgröße des Integralanteils des Reglers
$y_P$	Stellgröße des Proportionalanteils des Reglers
$z$	Störgröße
$Z_h$	Störgrößenbereich

---

## Anhang 2: Wichtigste Begriffe und anschauliche Einführung

### System

Unter einem System versteht man den Teilprozess einer Anlage, der durch eine Eingangsgröße und eine Ausgangsgröße charakterisiert ist.

Wichtig: Ein System wird definiert, indem man den Teilprozess mit Eingangs- und Ausgangsgröße angibt.

Beispiel 1: Ein Heizkörper hat als Eingangsgröße die Ventilstellung und als Ausgangsgröße die mittlere Oberflächentemperatur.

Beispiel 2: Der Raum bei einer betrachteten Raumtemperaturregelung hat als Eingangsgröße die Oberflächentemperatur des Heizkörpers und als Ausgangsgröße die (mittlere) Raumtemperatur, die nicht überall gleich sein muss.

Beide Prozesse sind physikalisch gesehen ziemlich kompliziert, wenn man in die Einzelheiten geht. In der Regelungstechnik gliedert man also den Gesamtprozess erst einmal und macht von den Teilprozessen vereinfachte Modelle.

### Stationäres Verhalten

Unter dem stationären Verhalten oder dem Beharrungszustand versteht man den Zustand einer Anlage, der sich ohne Störungen und genügend langen Wartezeiten einstellt. Alle Größen sind dann zeitlich konstant.

Wichtig: Manchmal kann man sich den stationären Zustand nur vorstellen, aber nicht bei einer praktisch ausgeführten Anlage erreichen.

Beim Beispiel der Raumtemperaturregelung würde nur eine Modellraum in einem Labor einen solchen Zustand erreichen können. Bei einem Gebäude, das der Einwirkung der Witterung mit einer veränderlichen Außentemperatur ausgesetzt ist, würde ohne Regelung die Raumtemperatur sich verändern und periodische Verläufe zeigen.

### Dynamisches Verhalten

Unter dem dynamischen Verhalten versteht man zeitlich veränderliche Vorgänge, beispielsweise die veränderliche Außentemperatur, die eine Abkühlung oder Aufheizung eines Gebäudes bewirken soll. Die Regelung hat die Aufgaben

- gegen veränderliche äußere Störgrößen (z. B. die Außentemperatur) die Regelgröße (z. B. die Raumtemperatur) konstant zu halten.
- aber auch bei gewünschten Änderungen der Raumtemperatur (Sollwertänderungen) einzugreifen und mittels eines zeitlichen Übergangs die neue Temperatur schnell anzusteuern (z. B. nach einer Absenkphase bei einer Heizungsanlage).

Die Dynamik bei Aufheiz- und Abkühlvorgängen wird durch die physikalischen Eigenschaften (Wärmekapazitäten) des betrachteten Systems bestimmt. Beispielsweise würde sich ein Gebäude bei sonst gleichen Eigenschaften der Gebäudehülle bei größerer Wärmekapazität langsamer

---

aufheizen als ein vergleichbares mit geringerer Wärmekapazität. (Die Wärmeleitfähigkeit der Gebäudehülle spielt allerdings auch eine erhebliche Rolle).

### Regelstrecke

Unter einer Regelstrecke versteht man bei einer gegebenen Regelungsaufgabe zwei Dinge gleichzeitig:

- konkrete Vorstellung:

Die Anlage selbst, deren Eigenschaften geregelt werden sollen, also bei der Raumtemperaturregelung den Heizkörper mit Ventil, die Raumluft, die Gebäudehülle u. s. w.

- abstrakte Vorstellung:

die Wirkung auf die Regelgröße, wenn man die Stellgröße betätigt:  
also z. B. Veränderung des Massenstroms durch den Heizkörper, darauf folgende Veränderung der Oberflächentemperatur, darauf folgende Veränderung der Raumtemperatur (Regelgröße) und der Oberflächentemperaturen der Gebäudehülle

### Steuerung

Steuerung ist eine offene Wirkungskette. Also (zum Beispiel) bei der Raumtemperatur:

- Wenn die Temperatur  $< -5\text{ °C}$  ist, Ventil ganz auf
- Wenn die Temperatur  $> -5\text{ °C}$  ist, aber  $< 5\text{ °C}$  Ventil halb auf
- Wenn die Temperatur  $> 5\text{ °C}$  ist, aber  $< 15\text{ °C}$  Ventil 20 % auf
- Wenn die Temperatur  $> 15\text{ °C}$  ist, Ventil zu.

Es ist klar: Eine solche Steuerung, die auf die Raumtemperatur selbst keinen Bezug nimmt, wäre besser als nichts, aber von der Reaktion her sehr grob.

### Regelung

Die Regelung ist die feinere Anpassung. Jetzt nimmt man die Größe, die man konstant halten will, direkt. Also die Raumtemperatur für unser Beispiel. Das bewirkt dann, dass jede Störung, also Veränderung der Außentemperatur, innere Wärmequellen im Raum durch Personen oder Beleuchtung, über ihre Einwirkung auf die Regelgröße (die Raumtemperatur) erkannt wird und die Regelung korrigierend eingreifen kann.

Da es in konkreten Aufgabenstellungen immer viele Einflussgrößen gibt, die man im einzelnen gar nicht voraussagen kann, ist das die Methode der Wahl.

Allerdings ist ein Nachteil, dass sich ein geschlossener Wirkungskreis ergibt. Das Heizkörperventil wirkt auf die Raumtemperatur und diese über den Regler auf das Heizkörperventil. Die entstehende Kreisstruktur hat neben der Korrekturwirkungen auch Schwingkreiseigenschaften, nämlich bei schnelleren Vorgängen. Dort muss eine genügend Dämpfung vorhanden sein, damit es nicht zu Problemen mit der Stabilität kommt.

## Stabilität

Der Regelkreis wird bei schnellen Vorgängen zum Schwingkreis. Das liegt daran, dass durch Zeitverzögerungen in der Regelstrecke die Reaktion des Reglers bei periodischen Störungen so weit verzögert wird, dass er das Falsche macht.

Beispiel Raumtemperaturregelung:

Wenn der Raum durch eine zeitlich periodisch schwankende Vorlauftemperatur zum Heizkörper einen variablen Heizwärmestrom bekommt, dann reagiert die Raumtemperatur mit ihrem Anstieg so spät, dass die Regelung das Ventil aufdreht, wenn die Vorlauftemperatur schon wieder ansteigt. Damit wird die Störung verstärkt und nicht abgeschwächt wie geplant und gewünscht. Dann würden Aufschaukelbewegungen entstehen.

Das ist im Normalfall allerdings kein Problem, weil die Regelstrecke durch ihre Trägheit diese Unregelmäßigkeiten der Wärmezufuhr dämpft. Ist der Regler allerdings zu weit „aufgedreht“, kommt es zu Schwingungen. Der Fachausdruck dafür ist Instabilität. Das kommt an Anlagen häufig vor.

Man muss den Regler in seiner Eingriffstärke dann so begrenzen, dass dieser Effekt nicht auftritt.

## Regler

Es gibt zwei Arten von Reglern:

### Unstetige Regler:

EIN-AUS-Verhalten: Der Heizkessel kann nur anlaufen und mit voller Leistung fahren, dann wieder ausschalten und nach einer gewissen Zeit wieder einschalten. Das nennt man taktenden Betrieb. Es kommt zu einem periodischen Verhalten und die Heizkesseltemperatur als Regelgröße schwankt um einen Mittelwert. Das ist eine „grobe“ Form der Regelung.

### Stetige Regelung:

Der Laie versteht darunter anschaulich umgekehrt proportionales Verhalten des Reglers: Steigt die Raumtemperatur aufgrund einer Störung an, macht das Heizkörperventil um einen entsprechenden Betrag zu. So arbeitet im Groben eine Thermostatventil am Heizkörper. Allerdings ist diese Regelung nicht ganz genau. Es kommt zu Abweichungen vom Sollwert. Dann werden weitere Funktionen im Regler realisiert, zu Beispiel ein integrales Verhalten. Dann hat man schon einen PI-Regler. P heißt (umgekehrt) proportionales Verhalten und I heißt integrales Verhalten. Der zweite Anteil führt dazu, dass der Regler dann ganz genau regelt.

Regler sind heute in Mikroprozessorsystemen als Softwarebausteine realisiert. Man sieht dann eine Baugruppe und hat auf einem PC über ein Menü Zugriff auf den Reglerbaustein. Der wird dann durch Festlegung von Eingriffsstärken auf das Verhalten der Regelstrecke abgestimmt. Diese wird vorher vermessen.

Es gibt sehr viele unterschiedliche Ansätze für eine Regelung, die dann in unterschiedlichen Regelalgorithmen münden.

## Regelkreis

Der Regelkreis ist ein geschlossener Wirkungskreis, der bei langsamen Signalen korrigierend wirkt wie gewünscht und bei schnelleren Signalen sich wie ein Schwingkreis verhält, der sich aufschaukelt. Die zweite Verhaltensweise stört eigentlich und muss über die Regler-Einstellung so gedämpft werden, dass es nicht zu ungedämpften Schwingungen kommt. Deswegen kann man nicht beliebig weit „aufdrehen“.

---



Das Phänomen kennt man vom Autofahren. Kommt man bei glatter Straße ins Schleudern, besteht die Gefahr des Aufschaukelns der Lenkbewegung, weil man die Tendenz hat, sich wie bei trockener Straße zu verhalten. Dann bricht das Fahrzeug aus und die Schleuderbewegungen schaukeln sich auf.

### **Störung**

Störungen sind das größte Problem im Leben insgesamt, so auch in der Regelungstechnik. Aber ohne Störungen wäre die Regelung überflüssig (wie im echten Leben vielleicht man selbst).

Bei der Raumtemperaturregelung sind zum Beispiel die Bewohner die Störgrößen, weil sie Wärme in den Raum einbringen und damit die Temperatur ansteigen lassen. Die Regelung macht aus diesem „Angriff“ etwas positives, indem sie die Leistung der Heizkörper soweit zurückfährt, dass sich die Temperatur auf Dauer möglichst nicht verändert und nur kurzzeitig ansteigt. Damit spart man dann Energie ein. Störgrößen sind zahlreich: Im Raum beispielsweise Beleuchtung, PC und Geräte, Sonneneinstrahlung, Außentemperatur, der böse Nachbar, der immer das Fenster aufmacht, u. s. w..

Bei der Realisierung gibt es natürlich viele konkrete Probleme: Wo sitzt der Temperaturfühler, wie groß sind die Störungen, reicht die über den Regler eingebrachte Wärmeleistung (oder Kühlleistung) überhaupt aus zur Korrektur. Da wird es dann erst richtig interessant, weil

- Kompromisse gefunden werden müssen
- und andere Ingenieurfacultäten (Bauingenieur, Klimatechniker, Verfahrenstechniker .....Auftraggeber) auch ein Wort mitzureden haben (und das auch ausführlich tun). Das sind dann auch Störungen, aber auf einer Metaebene.

### **Regelabweichung**

Das ist die Differenz zwischen Sollwert, also dem voreingestellten Wert für die Raumtemperatur und dem wirklich anliegenden Wert. Im Mittel und möglichst schnell nach Störungen soll die Regelabweichung sofort wieder Null werden.

### **Führungsverhalten:**

Man kann der Regelung Befehle geben (anderer Sollwert). Dann soll sie diese schnell ausführen (Befehle geben und bei der Ausführung zuschauen macht Spaß). Das gilt besonders im Kraftwerksbereich (wo Änderungsgeschwindigkeiten vertraglich garantiert werden), aber auch im Gebäude bei bestimmten Energieeinsparungsbetrachtungen.

Wichtig: Man kann die Physik eines Systems nicht überlisten. Aus einem Lastwagen (Regelstrecke) kann man keinen Formel 1-Wagen machen, aber ein Formel 1-Fahrer (Regler mit optimiertem Regelalgorithmus) wird auch einen LKW nach einer gewissen Übungszeit (da stellt er sich auf die andere Dynamik um) ein ganzes Stück schneller bewegen können als ein durchschnittlicher Fahrer.

Also der Fahrer ist der Regelalgorithmus und damit verbunden ist die Möglichkeit der Optimierung. Übrigens: Der Formel 1-Fahrer folgt einer Sollwertfahrkurve (Ideallinie). Das nennt man dann eine übergeordnete Optimierung. Bei der Raumtemperaturregelung macht man das so, dass bei Abwesenheit von Personen und nachts (wird über einen Anwesenheitsfühler detektiert) der Raumtemperatursollwert unterschiedlich abgesenkt wird.

### **Störverhalten:**

Es könne sich Störungen ereignen (leider und Gott-sei-Dank). Dann spricht man vom Störverhalten. Die Reglereinstellung ist dann oft unterschiedlich zu der auf Führungsverhalten optimierten Einstellung. Man muss dann häufig einen Kompromiss anstreben.

---

## Modell

Ein Modell ist eine mathematische Nachbildung des Systemverhaltens unter Vernachlässigung von bestimmten Einzelheiten (Näherungen). Dabei kommt es zu Abweichungen von der Wirklichkeit, die zu Ungenauigkeiten bei den Ergebnissen führen. Je nach Aufgabenstellung wählt man andere Modellansätze und findet einen Kompromiss zwischen Genauigkeit und Modellierungsaufwand.

Ähnliches gilt auch im menschlichen Bereich, denken Sie an Fotomodelle (beiderlei Geschlechts). Sie stellen den ideal schönen Menschen dar. Wirkliche Menschen zeigen dazu Abweichungen. Vielleicht haben sie gerade an der Nase einen Pickel oder ein kleinen Bauch.

## Parameter

Parameter sind bezogen auf ein bestimmtes Modell die konkreten Einstellungen des Modells. In der Regelungstechnik kommen unter anderem sogenannte proportionale Reaktionsgrößen und Zeitkonstanten vor. Also ein alter Heizkörper mit viel Eisen und Wasserinhalt hat ein Temperaturänderungsverhalten im Bereich vielleicht einer halben Stunde (LKW), während ein Flachheizkörper (Formel 1) in wenigen Minuten reagiert.

Auch ein Fotomodell hat Parameter (Größe, Haarfarbe, Oberweite, Taillenumfang u. s. w.).

Auch der Regler hat Parameter (Eingriffsstärken und Zeitkonstanten). Die müssen im Sinne eines harmonischen Zusammenspiels aufeinander abgestimmt werden.

Ein Fotomodell tanzt besser mit einem Fußballer als mit einem Achtzigjährigen (es gibt natürlich überall Ausnahmen).

## Ersatzmodell, Ersatzschaltung

Eine Ersatzschaltung ist ein bereits stark vereinfachtes Modell. Der Name kommt daher, dass die Regelungstechnik von den Elektrotechnikern erfunden wurde (die mit elektrischen Schaltungen und vereinfachten Ersatzschaltungen arbeiten). Man spricht auch von einem Ersatzmodell.

## Regelkreisglied

Man baut die Regelstrecke und die Regler aus Bausteinen auf. Diese stellen Teilprozesse dar. Bei der Raumtemperaturregelung Heizkörper, Luft im Raum, begrenzende Wandbereiche (vereinfacht). Die Unterteilung kann man immer feiner treiben. Damit man möglichst schnell mit einem Problem weiterkommt, gibt es standardisierte Regelkreisglieder. Dabei unterstützt einen die Regelmäßigkeit der Natur. Wenn sich ein Durchlauferhitzer aufheizt, hat das bestimmte Ähnlichkeiten mit der Aufheizung eines Brennraums bei ansteigender Brennstoffzufuhr. Dadurch kann man immer mit ähnlichen Ansätzen arbeiten, und nur die Dimensionen des Systems (ausgedrückt durch die Parameter) ändern sich.

## Simulation

Denken Sie an Lara Croft. Sie ist die Simulation eines Fotomodells. Man bewegt sich dabei auf dem Rechner und löst das aufgestellte Modell für bestimmte Fragestellungen, die einen interessieren.

Also, wie sieht es aus, wenn Lara Croft mit Hüftschwung auf und ab geht. Also, wie schnell kann man eine Kraftwerk in der Leistung nach oben und nach unten fahren.

---

Die Simulation bewegt sich in einer virtuellen Welt (Man kann Lara Croft nicht in oder auf den Arm nehmen).

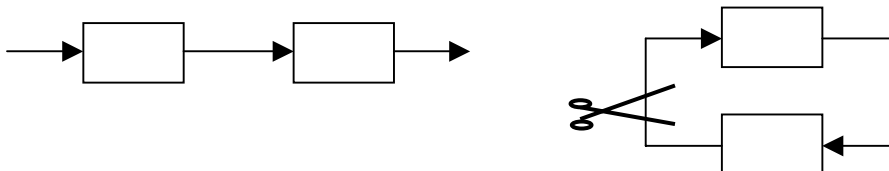
Im Unterschied zu Lara möchte man in der Regelungstechnik bei energietechnischen Fragestellungen keine Simulation in Echtzeit, sondern eine zeitliche Simulation, die viel schneller als in Echtzeit abläuft (thermische Vorgänge sind relativ langsam).

Also, wenn ein Regelvorgang in sagen wir *drei Stunden* abläuft, dann möchte ich die Ergebnisse der Simulation nach zwei Sekunden oder spätestens nach einer Minute sehen. Warum? Zeit ist Geld! Wenn man wie früher die Reglerabstimmung per Versuch an der Anlage durchführt, dann braucht man bei z. B. zehn Versuchen 30 Stunden (plus Zeit zum Kaffee trinken und Störungen durch den Chef und Auftraggeber von weiteren 30 Stunden) macht ungefähr 80 Stunden. Das sind dann zwei Wochen mit Auslösung und Reisekosten und Spesen. Dann wird man schwer unter Druck gesetzt oder gar unberechtigt gefeuert. Mit dem Hilfsmittel der Simulation dauern die Abstimmversuche ungefähr eine Stunde (wieder mit ausreichend Kaffeetrinken). Die meiste Zeit wird dabei nicht durch den Rechner verbraucht (außer bei den üblichen Schwierigkeiten), sondern durch's Nachdenken (über die Simulationsergebnisse).

Lara Croft im Zeitraffer beim Gehen zu simulieren würde natürlich die gewünschte Wirkung dieser Simulation zunichte machen.

### Signalflussplan

Ein Signalflussplan ist eine graphische Darstellung der Modellansätze. Man sieht kleine Pfeile, die in Kästchen hinein- und herausführen. Die Kästchen sind die Regelkreisglieder. Man kann sich vorstellen: Erst passiert das mit dem Signal, es wird vom Kästchen verändert, dann geht es ins nächste Kästchen.



Den linken Fall kann man sich dann gut vorstellen, den rechten (Regelkreis) nicht so ohne weiteres. Dafür gibt es dann raffinierte (und auf den ersten Blick betrügerische) Methoden:

### aufgeschnittener Regelkreis

Man schneidet den rechten Kreis gedanklich auf, dann hat man wieder den linken Fall. Dann kann man sehen, ob Signale, die ja immer weiter im Regelkreis umlaufen können, mit der Zeit im wahrsten Sinne des Wortes durchdrehen und alles aufschaukeln. An das gedankliche „Aufschneiden“ und „Herumoperieren“ gewöhnt man sich nach kurzer Zeit. Diese Art von „Chirurgie“ kann sehr viel Spaß machen und ist (solange man noch keine Konsequenzen für Anlagen daraus ableitet) völlig unblutig.

### Sprungfunktion

ist nicht der Luftsprung, wenn man am Ende die Anlage (fluchtartig) verlässt, sondern ein Test an einer Anlage am Anfang (oder dann auch als Simulation).

Er entspricht anschaulich bei der Raumtemperaturregelung einem Temperaturänderungsvorgang. Erst längere Zeit Heizkörperventil auf einem Wert lassen, dann einige Prozent aufdrehen und aufzeichnen, wie die Temperatur zeitlich ansteigt. Das, was man am Ventil (Stellgröße) macht, ist die Sprungfunktion, das, was die Temperatur (allgemein Regelgröße) dann macht, ist die

### Übergangsfunktion

(Raumtemperatur geht über von 10 °C auf 25 °C)

Also Reaktion der Regelgröße auf eine sprungförmige Veränderung der Stellgröße:



Dann wird das Gleiche per Simulation gemacht und mit den Daten verglichen. Am Ende werden die Modellparameter angepasst, bis Übereinstimmung zwischen Modell und Wirklichkeit (Messdaten) erzielt ist.

### Periodische Signale

Periodisch ist zum Beispiel der Außentemperaturverlauf oder das Mittagessen, wo die Leute als Störquellen im Büro für ein bis zwei Stunden ausfallen.

Viele Störungen sind periodisch und werden näherungsweise durch eine Sinusfunktion (Sie erinnern sich an den Test-Witz in der Einleitung) nachgebildet.

Mit diesen Funktionen kann man den Regelkreis zu schaukeln bringen.

### Amplitudendämpfung

Wenn der Regelkreis schaukelt, dann muss er eine genügende Amplitudendämpfung aufweisen, damit das Schaukeln schnell wieder aufhört und nicht zu sehr stört. Viele Regelstrecken dämpfen bei hohen Frequenzen, weil dann z. B. der Vorgang der Temperaturänderung am Heizkörper nicht mehr den (z. B.) Vorlauftemperaturschwankungen folgen kann.

### Stabilität

Wenn die Amplitudendämpfung genügend groß ist und der Regler nicht zu weit aufgedreht ist, dann erhält man einen stabilen Kreis. Wenn man auf eine Anlage gerufen wird und der Kreis schwingt, dann sagt man: „Wir müssen jetzt die Reglerverstärkung (Proportionabeiwert des Reglers) zurücknehmen!“ Der Ausdruck „Wir“ und überzeugendes Auftreten wird empfohlen. In vielen Fällen ist das Problem damit (zunächst, scheinbar) behoben und man ist dann ab sofort der Spezialist für Regelungstechnik (diese werden immer gesucht, oft aber auch beargwöhnt). Das kann dann im weiteren gewisse Gefahren bergen (dass Sie es Ihr ganzes Leben lang machen dürfen, sehen Sie sich den Autor dieses Skripts an).

### Stabilitätsreserve

(Siehe auch Stabilität!) Ohne Reserven geht nichts, es gibt Goldreserven, Leistungsreserven. Beim Regelkreis heißt es, dass die Dämpfung als Maß für die Stabilität so gut ist, dass der Kreis auch

unvorhergesehene Belastungen verkraftet. Das wäre zum Beispiel, dass sie in einen Raum plötzlich Heizkörper einbauen, die doppelt so viel Wärmeleistung haben wie vorher, wie sie sein sollten (Jetzt sagen Sie, so blöd ist keiner....., da sage ich, warten Sie's ab, Sie werden schon noch sehen...).

### Laplace-Transformation

Laplace (Mathematiker) beschäftigte sich mit der Lösung der Differentialgleichungen, die die Bahnbewegung der Planeten beschreiben (Himmelsmechanik). Die Temperaturbewegungen (und allgemein die Regelgrößenbewegungen) beruhen auf dem gleichen Typ Differentialgleichung.

Der Unterschied von einer Differentialgleichung zu einer gewöhnlichen Gleichung ist, dass man als Lösung eine Funktion erhält (beispielsweise eine Aufheizkurve als Übergangsfunktion).

Die von Laplace erfunden Laplace-Transformation ist ein Verfahren, um eine Differentialgleichung zu lösen. Heute löst man die Gleichungen numerisch. Die Laplace-Transformation ist aber wichtig als Mittel zur Darstellung der Differentialgleichung (wird in Simulationsprogrammen wie MATLAB-SIMULINK) benutzt.

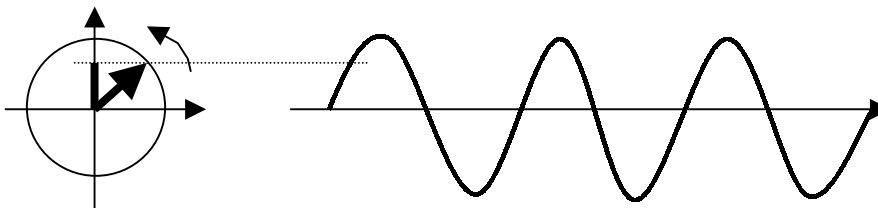
### Frequenzgang

Jetzt kommen die letzten Geheimnisse. Der Frequenzgang ist eine Größe, die das Verhalten der periodischen Lösung der Differentialgleichung beschreibt. Man gewinnt daraus die das Amplitudenverhältnis (Dämpfung) und die Phasenverschiebung  $\phi$  (merke:  $\phi$  gleich „minus  $\pi$ “ und der Kreis geht in die Knie, doch mit Dämpfung jedoch nie).

### Komplexe Zeigerdarstellung

Statt der (schönen) Sinusfunktion nimmt man die (unansehnliche) hässliche komplexe e-Funktion, in der die Sinusfunktion gepaart mit der Kosinusfunktion versteckt ist (allerdings auf unterschiedlichen Dimensionen, so das sie sich nie begegnen können).

Die anschauliche Deutung der e-Funktion ist richtig simpel: Ein Pfeil der sich im Kreis dreht (allerdings in der komplexen Ebene). Die Projektion auf die y-Achse (imaginäre Achse) ist die Sinusfunktion. (Der Realteil ist die Kosinusfunktion)



Die Methodik dient nur zur Rechenvereinfachung (denken Sie an der Test-Witz mit der e-Funktion, die beim Differenzieren sich selbst ergibt, das soll übrigens die Pointe sein). Man rechnet mit der komplexen e-Funktion, denkt aber (begehrlich) nur an die Sinusfunktion.

### Ortskurve

Die Ortskurve ist eine Spirale (oder schneckenförmige Kurve) und stellt den komplexen Frequenzgang (des gedanklich aufgeschnittenen Regelkreises) dar. Jetzt muss ich doch ein bisschen förmlich werden:

Schneidet die Spirale rechts des kritischen Punktes die negative reelle Achse (merke:  $\phi$  gleich „minus  $\pi$ “ und der Kreis geht in die Knie, doch mit Dämpfung jedoch nie), dann ist der Kreis stabil und dämpft die tödlichen Schwingungen, so dass trotz oder wegen der Merkregel nichts passiert.

### Bodediagramm

Das Bodediagramm beinhaltet die gleiche Darstellung wie die Ortskurve und lässt detailliertere Betrachtungen zu. Es stellt die Dämpfung (Amplitudengang) und die Phasenverschiebung (merke:  $\phi$  gleich „minus  $\pi$ “ und der Kreis geht in die Knie, doch mit Dämpfung jedoch nie/ ab jetzt können Sie's schon nicht mehr hören) über der Frequenz dar (und das auch noch doppeltlogarithmisch und einfachlogarithmisch).

Sie merken, dass alles nur ein Vorspiel war und dass es ab jetzt erst richtig Spaß macht.

### Betriebspunktabhängigkeit der Stabilität

Jetzt kommt der Punkt, auf den Sie gewartet haben, nämlich, dass das alles so einfach nicht stimmt (Die Wahrheit ist, dass ich bis jetzt zwar nicht gelogen habe, aber zu Ihrer Motivation einen Teil der bitteren Wirklichkeit verborgen habe):

Also!

Das eigentliche Problem, wenn man alles vorhergehende beherrscht (das ist nur eine Geduldsfrage) ist, dass die Wirklichkeit ich sag's direkt „gemein“ ist: Sie schafft zusätzliche Komplikationen.

Einfaches Beispiel: Klimaanlage

Es ist ein besonders schöner Sommer, doch Sie müssen wie immer arbeiten an der Inbetriebnahme einer Klimaanlage. Sie stellen alle Regler schön ein, nachdem Sie vorher Tests gefahren haben (oder auf Ihre reiche Erfahrung vertraut und das Skript und Das Programm und die Vorlesung zu Rate gezogen haben) und das Ding läuft. Sie lassen sich ein letztes Mal (von allen Beteiligten) auf die Schulter klopfen und verschwinden (spätnachmittags) endlich ins Freibad.

Ein halbes Jahr vergeht. Der Winter ist gekommen. Sie erhalten einen Anruf. „Ihre Regelung“ (eigentlich jetzt doch die des Betreibers!) ist instabil. Die Temperaturen in den Räumen bewegen sich zwischen 18 °C und 24 °C hin und her im Rhythmus von zwei Stunden. Die Belegschaft nutzt das Phänomen gemeinerweise zu einer Revolte. Man erwartet Sie. Sie haben wie immer Ihr Regulationsskript aufgeschlagen vor dem Telefon, kucken hier oder unter *Stabilität* und sagen souverän: „Sie müssen jetzt *nur* die Reglerverstärkung (Proportionalbeiwert des Reglers) *ein bisschen* zurücknehmen!“ Ihr Gegenüber ist verdutzt, bleibt aber misstrauisch und bittet Sie das selbst zu tun, weil er sich nicht für einen Fachmann hält. Sie widersprechen heftig .....und so weiter.....und fahren schließlich los.

Was ist passiert? Die „blöde“ Anlage verhält sich im Winter mit dem Heizregister anders als im Sommer mit dem Kühlregister. Weil das Heizregister ein anderes dynamisches Verhalten und eine andere Leistung hat als das Kühlregister (die Modellparameter!) und die Register sind die zentralen Elemente in der Regelstrecke, diese beeinflusst den Regelkreis, der wird aufgeschnitten, die Dämpfung reicht nicht aus, in Wirklichkeit ist er gar nicht aufgeschnitten und schwingt.

Also, Ihr(e) (*des Reglers*) Tanzpartner(in) (*die Regelstrecke*) ist plötzlich viel schlanker geworden. Sie drücken aber so stark wie vorher beim Walzer (?) um die Kurve, da kreisen Sie beide wie wild, es kommt zum Straucheln und zum Sturz. Instabilität.

*Erfahrung* ist, wenn man etliche Male zu vielen (weit verstreuten) Anlagen *gefahren* ist, um nachzubessern.

Alle Parameter des Streckenmodells, die von den Regelungstechnikern als konstant vorausgesetzt wurden für Ihre unverständliche Theorie, sind überhaupt nicht konstant, nur manchmal, aber nicht, wenn's drauf an kommt oder man keine Zeit hat.

Das einzige was konstant ist und immer gilt, ist der Satz

***merke: phi gleich „minus pi“ und der Kreis geht in die Knie, doch mit Dämpfung jedoch nie***

und seine Umkehrung!

### **Schlusswort:**

Ich hoffe, dass Sie jetzt das ganze Gebiet wirklich faszinierend finden und auch die Welt als kompetenter Automationsspezialist beeindrucken möchten. Viel Arbeit wird Ihnen dann ewig gewiss sein und gesellschaftliche Anerkennung gepaart mit Misstrauen (weil Regelungskonzepte immer etwas undurchsichtig sind und oft Schwierigkeiten machen).

Das Ergebnis des Ganzen ist. Am besten man braucht keine Regelung. Man braucht sie aber fast immer. Lieben Sie alle Störungen und stören Sie auch selbst. Störungen geben der Regelungstechnik ihre (ewige) Daseinsberechtigung.

Das ganze Gebiet ist momentan dabei, aus den bis jetzt relativ zuverlässigen Autos und den langweiligen Gebäuden bald schon relativ eigensinnige Gebilde (mit autonomer Intelligenz) zu machen. Es geht also zu wie in der Informatik. Systemabstürze werden dem Regelungstechniker als Retter in der Not wie dem Systemadministrator bei EDV-Netzwerken unbegrenzte Macht und gemischte Gefühle ein- und entgegenbringen.

Man wird sich daran gewöhnen müssen, dass komplexe System so Ihre Eigenarten haben. Das Schafft aber auch neue Arbeit.

Benutzen Sie die eingeführten Begriffe und Vorstellungen, wo immer sie passen (aber nur dort). Das wird Ihnen Respekt verschaffen.

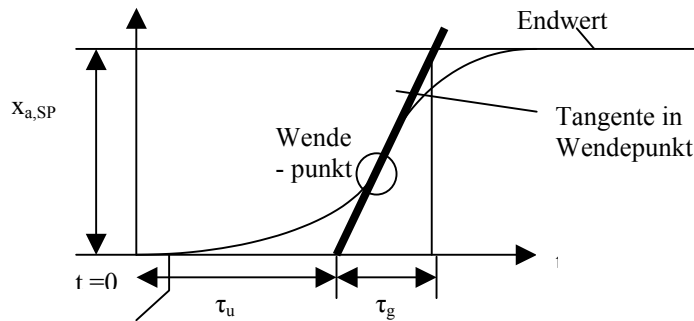
---

**Anhang 3: Kurzzusammenfassung als Übersicht und Einführung**

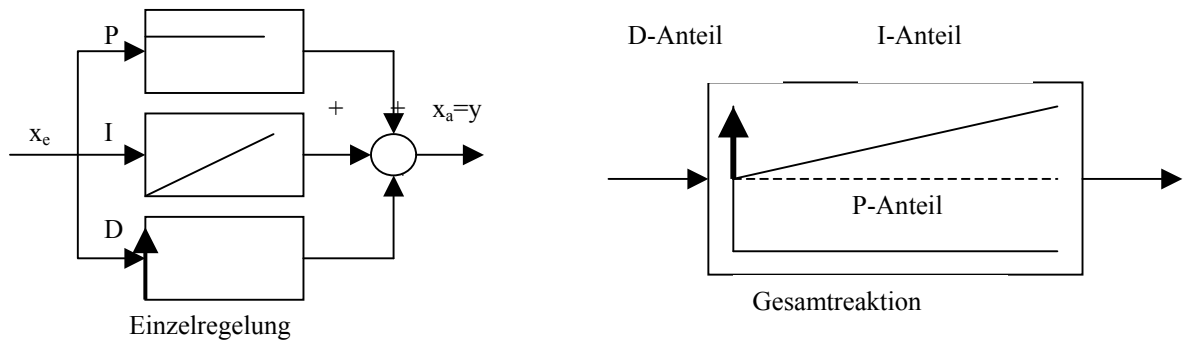
Man verschafft sich erst ein Streckenmodell durch

- Versuch an der Anlage
- Mathematische Modellierung

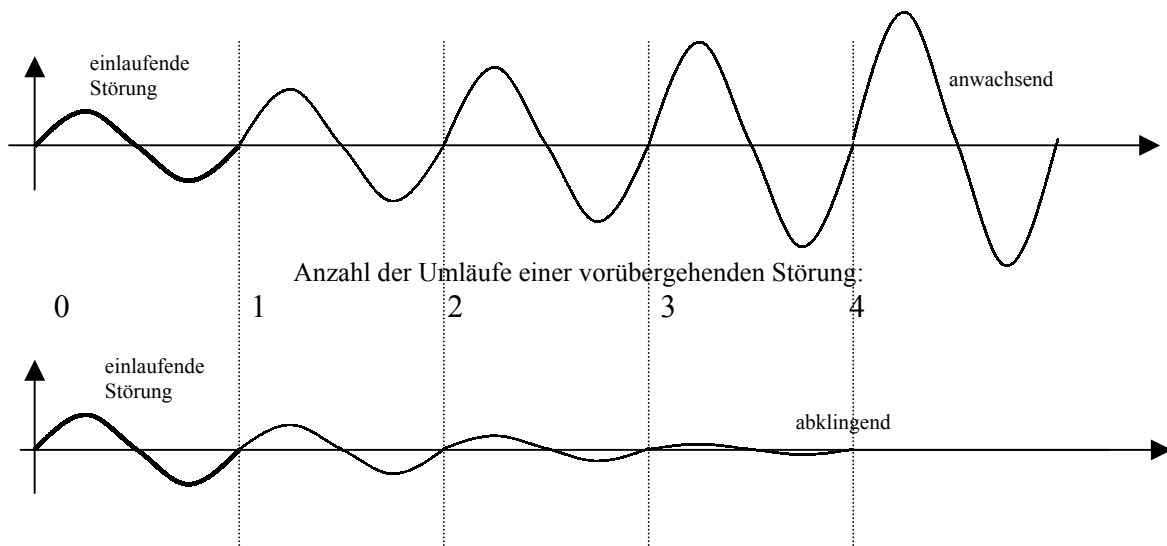
und bestimmt dann ein Ersatzmodell:



Dann wählt man einen Regler aus, beispielsweise PID, PI, PD oder P

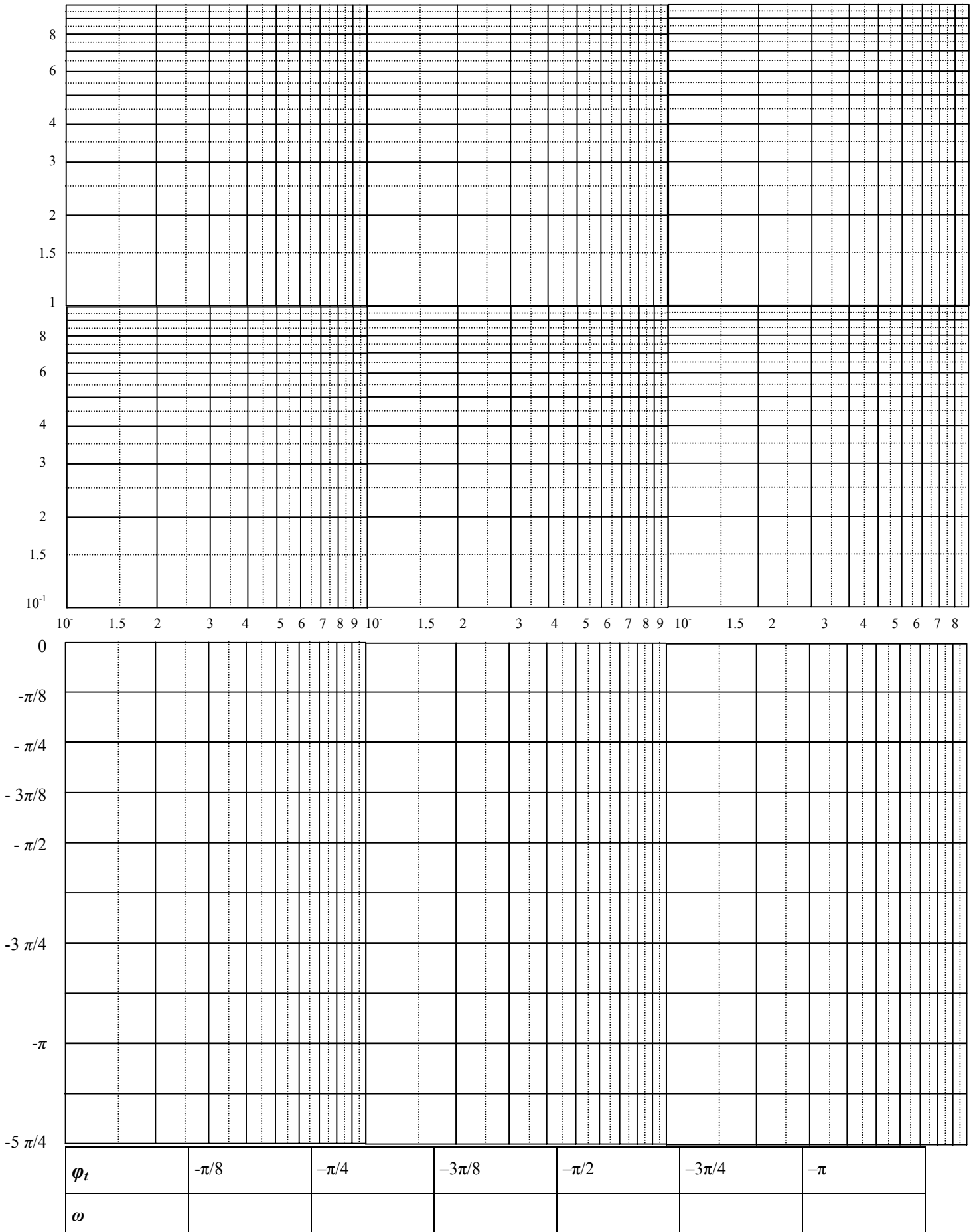


und simuliert das Regelkreisverhalten mit Hilfe eines geeigneten Programms (beispielsweise MATLAB-SIMULINK oder ähnliches oder auch EXCEL/VISUAL-BASIC) und stellt die Regleranteile so ein, dass die Regelkreisschwingungen sehr schnell abklingen.





**Anhang 4: Bodediagramm**



**Anhang 5: Praktikum Teil I/ Anleitung zu den Aufgaben mit Simulation/ Modellbildung**

Praktikum Steuer- und Regelungstechnik I  
Labor für Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik  
Fachbereich Energie- und Wärmetechnik  
Prof. Dr. A. Karbach

**Ziele und Methodik des Praktikums:**

Ziel des Praktikums ist es, mit Anlagendaten, die aus Versuchen an Anlagen stammen, die Bestimmung des Zeitverhaltens von Regelstrecken und die Optimierung von Reglereinstellungen vorzunehmen.

Dazu werden heute Softwarewerkzeuge verwendet, die die Simulation des Regelkreisverhaltens erlauben. Ein solches Werkzeug wird im Praktikum verwendet und den Teilnehmern auch für die weitere Verwendung zur Verfügung gestellt. Es lassen sich damit das Zeitverhalten von den in der Praxis wichtigen Regelstrecken und das Verhalten von Regelkreisen mit Zweipunktreglern und stetigen Reglern (PID) darstellen. Das Programm beinhaltet weitere Funktionen, die in der Vorlesung Steuerungs- und Regelungstechnik II behandelt werden.

Das Prinzip eines solchen Softwaretools beruht auf der numerischen Lösung des Differentialgleichungssystems für den Regelkreis oder die Regelstrecke. Dazu wird das Differentialgleichungssystem in ein System von Differenzgleichungen umgewandelt, das dann mit Standardmethoden der numerischen Mathematik bearbeitet werden kann.

Das vorliegende Paket wurde in EXCEL/ VISUAL BASIC erstellt. Es beinhaltet alle Funktionen, die auch kommerzielle Softwarepakete zur Bearbeitung einschleifiger Regelkreise haben. Es ist daher auch später in der beruflichen Praxis wie ein solches kommerzielles Paket einsetzbar.

Daneben verfügt es über Zusatzfunktionen bei der Darstellung, die aus didaktischen Gründen entwickelt wurden, um das Verständnis insgesamt zu vertiefen.

Mit dieser computergestützten Lernmethode werden drei Ziele verfolgt:

- Alle Beispiele aus der Vorlesung können nachvollzogen und geübt werden.
  - Durch Probieren und eigenständiges Üben soll ein intuitiver Einstieg in die (etwas abstrakte) Regelungstechnik gefunden werden.
  - Im Praktikum werden Prozeduren eingeübt, wie sie bei der Einstellung von Regelkreisen im Rahmen von Betriebsetzungen üblich sind.
-

Das Softwarepaket heißt (bis jetzt) SRTIIvers.xls(zip).

SRT Steuerungs- und Regelungstechnik

II wird verwendet für Vorlesung I/II

vers Versionsnummer (das Programm wird noch weiter entwickelt)

xls EXCEL-Applikation

zip Das Programm (etwa 3 MB) wird „gezip“ auf Diskette ausgegeben und wird per „download“ über die Homepage des Fachgebiets zur Verfügung stehen.

Die Funktionen der Software werden im nachstehenden Text jeweils für die unterschiedlichen durchzuführenden Versuche erklärt. Beispiele sind in der Software voreingestellt. Benutzen Sie beim Studieren des Textes parallel das Programmpaket zum Ausprobieren und machen Sie sich mit allen Funktionen vertraut.

Hinweis: Machen Sie eine Sicherheitskopie des Programmes, so dass Sie den ursprünglichen Zustand wiederherstellen können.

Die Arbeit mit dem Paket unter Verwendung von Anlagendaten soll auch dazu dienen, dass Sie mit den Funktionen von EXCEL in Bezug auf die Verarbeitung von gemessenen und berechneten Daten weiter vertraut werden. Dies wird in der späteren beruflichen Tätigkeit vorausgesetzt. Bei Diplomarbeiten sind entsprechende Kenntnisse in der Regel Voraussetzung.

Die Vorbereitung aller Praktikumsversuche ist absolut notwendig und erfolgt, indem Sie anhand der angegebenen Beispieldaten in der Anleitung die Praktikumsarbeit vorher durchspielen.

Das Praktikum wird im MSR-Labor durchgeführt. Dort erhalten Sie die notwendigen Anlagendaten. Eine saubere Protokollierung ist bei der Durchführung notwendig, sonst verlieren Sie schnell die Übersicht (wie auch später bei der beruflichen Arbeit).

Es wird empfohlen, dass Sie eine Auswertung erstellen. Diese wird entsprechend der Bekanntgabe in der Vorlesung als Vorleistung auf die Klausur angerechnet.

Viel Spaß und Erfolg!

---

**Versuch 1****Regelstrecken: Bestimmung der Parameter von Regelstreckenmodellen durch Vergleich mit aus Tests gewonnenen Daten (Fachausdruck Regelstreckenidentifikation)**

Programm SRTIIvers.xls, Blatt Regelstrecken

Funktionsprinzip:

Es können Daten von Regelstrecken mit gerechneten (simulierten) Modellen verglichen werden. Diese Daten entstehen bei Versuchen, bei denen die Stellgröße gemäß einer Sprungfunktion geändert wurde. Die Regelgröße reagiert dann mit einem verzögerten zeitlichen Verlauf als Reaktion auf die Sprungfunktion. Dieser wird dann mit einem simulierten Modell verglichen. Durch Variieren der Modellparameter können Simulation und Zeitverlauf der Versuchsdaten zur Übereinstimmung gebracht werden. Damit sind die Modellparameter bestimmt. Diese können dann zur Bestimmung der Reglereinstellung und zur Simulation des Verhaltens des geschlossenen Regelkreises weiterverwendet werden (Blatt Zweipunktregelung und PID-Regler).

Das Programmblatt ermöglicht zwei Modellansätze:

i) Modell aus Totzeit und PT1-Verhalten

Die grün unterlegten Werte sind die Parameter:

$K_S$  Proportionalbeiwert der Strecke

$T_u$  Verzugszeit (wird mit der Totzeit des Modells nachgebildet)

$T_g$  Ausgleichszeit (wird mit dem PT1-Zeitkonstante gleichgesetzt)

$y_{\text{Sprung}}$  die Änderung am Stellglied bei der Durchführung des Tests

ii) Modell aus bis zu 5 PT1-Elementen

Die blaugrün unterlegten Werte und die grünen Werte sind die Parameter

$T_i$   $i = 1 \dots 5$  die Zeitkonstanten des Modells

$K_S$  Proportionalbeiwert der Strecke

$y_{\text{Sprung}}$  die Änderung am Stellglied bei der Durchführung des Tests

Hinweis:  $y_{\text{Sprung}}$  und  $K_S$  sind für beide Modelle identisch.

---

Die Anlagendaten werden unter dem Diagramm hinterlegt in dem dafür vorgesehenen blau markierten Bereich. Durch Aufruf von EXTRAS/OPTIONEN/ALLE AUSBLENDEN wird dieser Bereich sichtbar. Der Blattschutz muss aufgehoben werden (EXTRAS/SCHUTZ.....). Die Daten werden dann im Diagramm mit angezeigt.

Im Diagramm kann die Skalierung aller Achsen verändert werden. Die Kurven können mit der Maus wie mit einem Cursor numerisch ausgewertet werden. Das Diagramm muss dazu als Objekt markiert sein.

Versuchsaufgabe:

Mit vorgegebenen Anlagendaten sollen Auswertungen und mit den ermittelten Modellen Berechnungen durchgeführt werden. Die Anlagendaten werden als EXCEL-Datenfile im Versuch zur Verfügung gestellt.

Zur Vorbereitung des Versuchs sind im folgenden Anlagendaten zum Probieren angegeben, die den Aufheizvorgang eines Kessels nach einem Kaltstart mit vorgegebener Wärmeabnahme beschreiben.

Zeit in min	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Kessel -temp. in °C	21,9	22	21,4	24,5	26,5	30,7	35,7	40,1	44,6	50,6	54,1

Zeit in min	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5
Kessel -temp. in °C	60,4	63,9	68,1	71,7	73,2	75,4	79	80,6	80,1	81,9	83,6

Zeit in min	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14
Kessel -temp. in °C	84	83,3	85,3	85,9	85,5	86	84,7

### Versuch 1: Aufgaben:

Denken Sie daran, alle Schritte und ermittelten Werte zu protokollieren für die Auswertung, wenn Sie diese erstellen wollen.

a) Wendepunktskonstruktion

Tragen Sie die Daten zunächst per Hand in ein x-t-Diagramm ein und zeichnen Sie die Wendepunktskonstruktion ein. Ermitteln Sie alle Kennwerte.

Dieser erste Schritt dient als Kontrolle für die weitere Arbeit mit dem Programm und liefert Startwerte für die Modellparameter.

b) Übernahme der Daten

Schreiben (oder kopieren) Sie die Daten in die dafür vorgesehenen blauen Bereiche auf dem Blatt (Diagramm ausblenden). Geben Sie für die Parameter des Totzeit-PT1-Modells die in a) ermittelten Werte ein. Ändern Sie gegebenenfalls die Achsenskalierungen, bis die Daten gut dargestellt werden.

Hinweis: Sie können zwei Achsen benutzen. Mit der einen Achse stellen Sie die simulierten Daten dar, die immer auf den Arbeitspunkt bezogen sind, mit der anderen Achse die Messdaten.

c) Ersatzmodell aus Totzeit-PT1 anpassen

Gehen Sie von denen mit der Wendepunktskonstruktion ermittelten Parametern als Startwerten aus. Variieren sie diese in kleinen Schritten, um die Anpassung des Modells an die Daten zu verbessern. Probieren Sie, bis Sie eine gute Anpassung gefunden haben.

d) Ersatzmodell aus 5 PT1-Elementen mit gleichen Zeitkonstanten

Versuchen Sie mit der gleichen Zeitkonstante für alle PT1-Elemente anzupassen. Finden Sie eine gute Anpassung durch Variieren der Zeitkonstante für alle fünf PT1-Elemente und durch Anpassung des  $K_S$ -Werts.

e) Ersatzmodell aus PT1-Elementen mit unterschiedlichen Zeitkonstanten

Wählen Sie eine große Zeitkonstante (Startwert: Ausgleichszeit) und vier kleinere. Diese bilden das Verzugsverhalten nach. Wählen Sie diese jeweils gleich als Bruchteile der Verzugszeit. Passen Sie mit diesen Vorgaben optimal an.

f) Abkühlkurve per Handrechnung

Bestimmen Sie rechnerisch mit den Parametern aus dem Ersatzmodell Totzeit-PT1 (Aufgabe 1,c) eine Funktion für die Abkühlkurve. Die Abkühlkurve beschreibt das Verhalten des Kessels beim Abschalten, nachdem vorher die maximale (im allgemeinen Fall eine zu einem bestimmten Betriebspunkt gehörende) Temperatur gefahren wurde. Bestimmen Sie damit, nach welcher Zeit die Kesseltemperatur den Wert von 60 °C erreicht hat.

---

g) Abkühlkurve per Simulation

Stellen Sie die gleiche Kurve mit dem Programm dar und lesen Sie die Zeitwerte für die Temperaturen 70 °C, 60 °C, 50°C und 40 °C ab.

---

## Versuch 2

### Zweipunktregelung:

Bestimmung des Verhaltens einer Zweipunktregelung in Abhängigkeit von der Einstellung bei verschiedenen Arbeitspunkten.

Voraussetzung (Kenntnisse des Versuchs 1):

Bestimmung der Parameter von Regelstreckenmodellen durch Vergleich von aus Tests gewonnenen Daten (Fachausdruck Regelstreckenidentifikation)

Programm SRTIIvers.xls, Blatt Zweipunktregelung (PT1)

Funktionsprinzip:

Basierend auf Anlagendaten wird zunächst wie bei Versuch 1 ein Streckenmodell aus Totzeit-PTn bestimmt (Blatt Regelstrecken).

Mit den Parametern dieses Modells wird das Verhalten der Regelstrecke definiert. Das Blatt Zweipunktregelung erlaubt die Simulation des Aufheizverhaltens, des Abkühlverhaltens und des Verhaltens der Regelstrecke bei Zweipunktregelung. Die linke Achse stellt das Verhalten der Regelgröße dar, die rechte das Verhalten der Stellgröße, die mit angezeigt wird. Damit kann das Ein- und Auschalten des Stellglieds gezeigt werden.

Eingegeben werden die grün gekennzeichneten Parameter:

Einstellwerte für die Regelung:

USP            Unterer Schalterpunkt

OSP            Oberer Schalterpunkt

Regelstreckenparameter:

$X_{hs}$             Regelbereich

$T_u$             Verzugszeit

$T_g$             Ausgleichszeit

Die Simulation des Zeitverhaltens der Regelgröße im getakteten Betrieb erfolgt mit einem Modell aus 5 PT1-Elementen (blaugrüne Werte in der zweiten Zeile). Dieses Modell ist fest voreingestellt.

---



Die Verzugszeit wird über die Elemente 2-5 dargestellt. Die Zeitkonstanten weisen den Wert Verzugszeit/4 auf. Die Ausgleichszeit wird über die erste PT1-Zeitkonstante dargestellt.

Regelstrecken ohne Ausgleich (wird zunächst nicht gebraucht):

Die Funktionalität kann von Regelstrecken mit Ausgleich auf Regelstrecken ohne Ausgleich umgeschaltet werden (Eingabe bei *Auswahl Regelstrecke*). Dann gelten die Parameter:

Regelstrecke ohne Ausgleich:

XP\_AUF                    Steigung bei eingeschaltetem Stellglied

XP\_AB                     Steigung bei ausgeschaltetem Stellglied

Das Verhalten der unregulierten Strecke wird dann nicht dargestellt.

## Versuch 2: Aufgaben

Hinweis: Zum Ausprobieren können Sie die Probedaten aus Versuch 1 verwenden.

a) Ersatzmodell für die Simulation bestimmen

Der Datensatz für das Zeitverhalten der Regelstrecke wird vorgegeben (z. B. Aufheizverhalten Kessel). Bestimmen Sie ein Ersatzmodell aus Totzeit-PT1 (Blatt Regelstrecken).

b) Regelbetrieb bei 50 % des Regelbereichs

Machen Sie sich mit der Funktion aller grün unterlegten Parameter zunächst durch Ausprobieren vertraut.

Simulieren Sie das Verhalten der Zweipunktregelung in der Mitte des Regelbereichs bei einer Schaltdifferenz von 10 % des Regelbereichs. Bestimmen Sie die Schwankungsbreite und die Zyklusdauer.

c) Regelverhalten über den Lastbereich

Bestimmen Sie die Schwankungsbreite, Zyklusdauer und die bleibende Regelabweichung bei den Lastpunkten 15 %, 30 %, 50 %, 70 %, 85 %.

Bestimmen Sie an diesen Punkten auch das Tastverhältnis bei der Stellgröße (= Verhältnis aus Einschaltdauer zur Zyklusdauer).

Stellen Sie die Ergebnisse in einer Tabelle dar.

---

d) Einstellung einer vorgegebenen Zyklusdauer in der Mitte des Regelbereichs

Vergrößern Sie die Zyklusdauer um 50 % durch Verändern der Schaltdifferenz. Geben Sie den Wert an, der sich bezogen auf den Regelbereich prozentual ergibt.

e) Einfluss der Ausgleichszeit auf die Zyklusdauer

Gehen Sie von der Mitte des Regelbereichs aus und der Schaltdifferenz von 10 %.

Die Ausgleichszeit beeinflusst wesentlich die Zyklusdauer.

Bei einem Heizkessel wird die Ausgleichszeit Kesselzeitkonstante genannt und durch den Wasserinhalt und die thermisch wirksamen Massen bestimmt.

Variieren Sie die Ausgleichszeit durch Verdoppeln und Halbieren und bestimmen Sie die Wirkung auf die Zyklusdauer.

Vergrößern Sie den Wert der Zyklusdauer um 50 % und ermitteln Sie die zugehörige Ausgleichszeit der Strecke.

f) Anlagendaten für den Regelbetrieb auswerten

Ein zweiter Datensatz ist gegeben, der aus dem Regelbetrieb einer Anlage stammt. Die Schaltpunkte für das Stellorgan sind angegeben.

Hinweis: Zum Ausprobieren können Sie eine selbst gewählte Simulation eines Regelbetriebs verwenden !

Stellen Sie die Anlagendaten mit EXCEL graphisch dar. Bestimmen Sie die relative Arbeitspunktgröße (Position im Regelbereich), den Regelbereich und die Ausgleichszeit und Verzugszeit der Strecke. Verwenden Sie dazu die Steigungen der Kurve und weitere ablesbare Eigenschaften.

Sie können fünf Gleichungen benutzen, um die vier zu bestimmenden Größen zu ermitteln:

Tip: Teilen Sie Gleichung (1) durch Gleichung (2) und bestimmen Sie als erstes die Größe f. Dazu müssen Sie die Steigungen aus den Daten ermitteln. Der Rest ist einfach. Sie können die gesuchten Größen jeweils direkt durch Umstellen **einer** Gleichung ermitteln.

$$(1) \quad St_{auf} = X_{hs}/T_g*(1-f)$$

$$(2) \quad St_{ab} = -X_{hs}/T_g*(f)$$

$$(3) \quad x_m - x_o = X_{hs}*f$$

$$(4) \quad x_\sigma = x_{SD}*(1 - T_u/T_g) + X_{hs}*T_u/T_g$$

$$(5) \quad T_z = 4*(T_u + x_{SD}/(X_{hs} - x_{SD}) * T_g)$$

$St_{auf}$   $St_{ab}$  Steigungen bei der Aufwärts- und Abwärtsbewegung der Regelgröße

f Arbeitspunktgröße  $0 \leq f \leq 1$ ; entspricht der Position im Regelbereich zwischen

	0 und 100 %
$T_u, T_g$	Verzugszeit und Ausgleichszeit
$x_m$	Mittelwert der Regelgröße über eine Periodendauer der Regelbewegung
$x_o$	Anfangswert, bei dem der Regelbereich beginnt
$x_\sigma$	Schwankungsbreite
$x_{SD}$	Schaltdifferenz
$X_{hs}$	Regelbereich

g) Simulation mit den ausgewerteten Parametern und Vergleich mit den Daten

Simulieren Sie den Regelvorgang und versuchen Sie die Anlagendaten in das Diagramm einzufügen. Der Vergleich muss gute Übereinstimmung ergeben. Eine Feinabstimmung ist allerdings angesagt, da bei den Formeln für die Auswertung Näherungen gemacht werden.

---

### Versuch 3

#### Reglereinstellung (PTn-Strecke/ PID-Regler):

Bestimmung des Verhaltens einer stetigen Regelung (P, PI, PID) in Abhängigkeit von der Einstellung bei verschiedenen Arbeitspunkten. Die Einstellparameter sollen mit Einstelltabellen und basierend auf den Frequenzgangsmethoden optimiert werden.

Voraussetzung (Kenntnisse des Versuchs 1):

Bestimmung der Parameter von Regelstreckenmodellen durch Vergleich von aus Tests gewonnenen Daten (Fachausdruck Regelstreckenidentifikation)

Programm SRTIIvers.xls, Blatt Reglereinstellung (PTn-PID)

Funktionsprinzip:

Basierend auf Anlagendaten wird zunächst wie bei Versuch 1 ein Streckenmodell aus Totzeit-PT1 bestimmt (Blatt Regelstrecken).

Mit den Parametern dieses Modells wird das Verhalten der Regelstrecke definiert.

Das Blatt Reglereinstellung erlaubt die Auswahl der optimalen Reglerstruktur und die Abstimmung der Reglerparameter.

Zunächst müssen Regelstrecke und Regler definiert werden:

Definition der Regelstrecke:

Die Regelstrecke wird über ein Verhalten Totzeit-PT1 im einfachsten Fall abgebildet. Parameter sind

$K_S$             Proportionalbeiwert der Strecke

$T_{\text{Totzeit}}$         Totzeit

$T$                 PT1-Zeitkonstante

Das Streckenverhalten läßt sich erweitern um weitere PT1-Elemente, die rechts von den Schieberegler eingestellt werden. Es ergibt sich dann insgesamt eine Struktur für die Regelstrecke der Form:

Totzeit-PT1---PT1-PT1-PT1-PT1

PT1-Elemente, deren Zeitkonstante = 0 gesetzt werden, sind ausgeschaltet.

---

Hinweis: Das Streckenverhalten ist umschaltbar zwischen der Variante Strecke mit Ausgleich (wird im Praktikum gebraucht) und Strecke ohne Ausgleich. Die Umschaltung befindet sich direkt links unten am Feld der Schieberegler.

Mit den Schieberegler können Parameter alternativ zur Eingabe in Felder verändert werden. Damit können Einflüsse einzelner Parameter auf das Systemverhalten durch leichtes Hin- und Herbewegen der Schieberegler quasi kontinuierlich sichtbar gemacht werden.

Definition des Reglers:

Ein Regler mit PID-Verhalten wird simuliert.

$K_R$  Proportionalbeiwert des Reglers

$T_N$  Nachstellzeit, Parameter des I-Anteils

Der I-Anteil wird ausgeschaltet, indem man  $T_N$  auf einen sehr großen Wert (1000000) setzt.

$T_D$  Vorhaltezeit, Parameter des D-Anteils

Durch Nullsetzen von  $T_D$  wird der D-Anteil ausgeschaltet.

Durch das Ausschalten von I- und D-Anteil lassen sich P-Regler, PI-Regler und PID-Regler darstellen. Dabei kann der Einfluss der einzelnen Anteile im Regler genau beobachtet werden.

Dargestellt werden kann das Führungsverhalten und das Störverhalten.

Führungsverhalten bedeutet:

Änderungen des Sollwerts  $w$  in Einheiten der Regelgröße.

Störungsverhalten bedeutet:

Änderungen der Störgröße  $z$  in Einheiten der Stellgröße. Der Eingriff der Störgröße erfolgt am Eingang der Regelstrecke.

Hinweis: Mit dem Programm können auch Begrenzungen der Stellgröße, wie sie in realen Anlagen vorhanden sind, berücksichtigt werden.

$y_{\text{Min}}$  untere Begrenzung der Stellgröße

$y_{\text{Max}}$  obere Begrenzung der Stellgröße

Folgende Funktionen sind verfügbar, wenn Regelstrecke und Regler definiert sind:

---

### 1. Simulation des Zeitverhaltens:

Der zeitliche Verlauf der Regelgröße und der Stellgröße wird in einem x-t-Diagramm dargestellt (oben links). Zur Beobachtung der einzelnen Anteile in der Stellgröße des Reglers P, I und D sind diese einzeln zusätzlich dargestellt. Damit ist ein besseres Verständnis der Wirkung der einzelnen Anteile angestrebt.

### 2. Ortskurve des offenen Regelkreises

Die Ortskurve wird links unten dargestellt und dient zur Beurteilung der Stabilität des Regelkreises. Der Schnittpunkt der Ortskurve mit der negativen reellen Achse befindet sich bei Stabilität rechts vom kritischen Punkt „-1“ zwischen dem kritischen Punkt und dem Nullpunkt. Damit ist der Betrag des Kreisfrequenzgangs  $|F(j\omega)|$  für die Phasenverschiebung  $-\pi$  kleiner 1 (Nyquistkriterium für Stabilität).

### 3. Bodediagramm

Das Bodediagramm wird rechts dargestellt und erlaubt detaillierte Überlegungen zur relativen Stabilität und Einstellung. Der Phasenverlauf ist in Einheiten von  $\pi$  dargestellt.

Zum besseren Verständnis sind alle Regelkreiselemente im Bodediagramm einzeln dargestellt, so dass das Zustandekommen des Verlaufs für den gesamten (offenen) Regelkreis durch graphische Addition der einzelnen Kurven verfolgt werden kann. Dies gilt aus Übersichtsgründen nicht für die vier zusätzlichen PT1-Glieder.

## Versuch 3 Aufgaben:

Vorbemerkung: Wenn Sie die für die Bestimmung der Reglerparameter die beigefügten Einstelltabelle benutzen, halten Sie sich die Definition der stationären Kreisverstärkung vor Augen:

$$V_o = K_R * K_S$$

In den Einstelltabelle finden Sie auch  $V_o$  und müssen dann entsprechend auf  $K_R$  umrechnen.

#### a) Regelstreckenverhalten bestimmen

---

Ein Datensatz mit zwei Sprungfunktionen bei unterschiedlichen Betriebspunkten wird zur Verfügung gestellt. Bestimmen Sie mit dem Blatt Regelstrecken die entsprechenden Totzeit-Pt1-Ersatzmodelle. Sie finden damit die Betriebspunktabhängigkeit der Regelstreckenparameter.

b) Einstellung eines PID-Reglers nach Faustformeln:

Übernehmen Sie das jeweilige Ersatzmodell in das Blatt Reglereinstellung und versuchen Sie, den Regler nach folgenden Faustformeln einzustellen:

$$V_o \approx 0,5 \cdot T_g / T_u \quad \text{Daraus } K_R \text{ bestimmen!}$$

$$T_N \approx T_g$$

$$T_D \approx 0,3 \cdot T_N$$

Den D\_Anteil können Sie zunächst ausgeschaltet lassen. Testen Sie die Reaktion auf eine Störgröße. Protokollieren Sie die Ergebnisse.

c) Reglerparameter nach Einstelltabelle optimieren für Störverhalten

Es gibt verschiedene Einstellverfahren mit den zugehörigen Einstelltabellen. Im Praktikum werden die Einstellungen von Chien, Rhones und Reswick benutzt. Diese differenzieren nach Führungs- und Störverhalten und nach der Art der Einstellung.

Einstellung/ kürzeste Ausregelszeit:

Der Regler wird scharf eingestellt und reagiert schnell. Dabei können Schwingungen auftreten und man arbeitet im Betrieb näher an der Stabilitätsgrenze.

Einstellung/ aperiodischer Verlauf:

Der Regler wird so eingestellt, dass die Regelgröße keine Schwingungen mehr zeigt. Dadurch kommt es aber auch zu einer langsameren zeitlichen Reaktion.

Für wärmetechnische und verfahrenstechnische Anlagen wählt man eher den aperiodischen Verlauf, weil sich die Streckeneigenschaften ändern können und man dadurch nicht so schnell Gefahr läuft, mit dem Regelkreis in den instabilen Bereich zu geraten.

Bestimmen Sie für beide über die Anlagendaten gegebenen Lastpunkte die Einstellungen bei Störung ( $z = 1$  und  $w = 0$ ) und Führung ( $z = 0$  und  $w = 1$ ) für den aperiodischen Verlauf. Testen Sie auch die Einstellungen für die kürzeste Ausregelszeit.

Protokollieren Sie die Ergebnisse.

d) PI-Regler und P-Regler

Die Wirkung des I-Anteils soll untersucht werden. Schalten Sie den I-Anteil aus. Wie groß ist die bleibende Regelabweichung beim Vorliegen einer Störgröße und bei Änderung der Führungsgröße? Testen Sie jetzt die Wirkung des I-Anteils, indem Sie zunächst einen zu großen Wert einstellen (schwacher I-Anteil). Beschreiben Sie, was passiert im Vergleich zur richtigen Einstellung.

#### e) PID-Regler

Die verbessernde Wirkung des D-Anteils soll untersucht werden. Wählen Sie den D-Anteil entsprechend den Einstelltabelle für Störverhalten und beobachten Sie, wie sich die Stabilität verbessert. Erhöhen Sie dann leicht den P-Anteil. Vergleichen Sie mit den Einstellwerten aus der Tabelle und versuchen Sie mit dem Bode-Diagramm zu verstehen, warum sich die Ergebnisse verbessern. Beschreiben Sie Ihre Überlegungen.

#### f) Optimierung bei unterschiedlichen Lastpunkten

Wählen Sie für beide Anlagen-Datensätze eine einzige Reglereinstellung. Dazu müssen Sie einen Kompromiss finden bei der Einstellung, der für beide Fälle zufriedenstellend funktioniert. Finden Sie diesen Kompromiss und begründen Sie Ihre gewählte Einstellung.

**Tabelle: Reglerparameter für PT n-Regelstrecken nach Chien, Hrones und Reswick**

Regler		aperiodischer Verlauf		kürzeste Ausregelzeit	
		Störung:	Führung:	Störung:	Führung:
<b>P</b>	$V_O =$	$0,3 \cdot T_g / T_u$	$0,3 \cdot T_g / T_u$	$0,7 \cdot T_g / T_u$	$0,7 \cdot T_g / T_u$
<b>PI</b>	$V_O =$	$0,6 \cdot T_g / T_u$	$0,6 \cdot T_g / T_u$	$0,7 \cdot T_g / T_u$	$0,7 \cdot T_g / T_u$
	$T_N =$	$4 \cdot T_u$	$1,2 \cdot T_g$	$2,3 \cdot T_u$	$T_g$
<b>PID</b>	$V_O =$	$0,95 \cdot T_g / T_u$	$0,6 \cdot T_g / T_u$	$1,2 \cdot T_g / T_u$	$0,95 \cdot T_g / T_u$
	$T_N =$	$2,4 \cdot T_u$	$T_g$	$2 \cdot T_u$	$1,35 \cdot T_g$
	$T_v =$	$0,42 \cdot T_u$	$0,5 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$	$0,47 \cdot T_u$



**Anhang 6: Klausuren**

Die Klausuren sind aus typischen Aufgabenstellungen abgeleitet, die in der Praxis sich so ergeben haben.

Benutzen sie die alten Klausuren als eine Möglichkeit für Übungen zu den einzelnen Kapiteln der Vorlesung. Man kann alle Aufgaben von Hand oder mit dem Simulationsprogramm lösen, so dass Sie eine Kontrolle haben, ob Sie richtig liegen.

---

**Klausur Steuer- und Regelungstechnik I**

Datum: **26.9.03**

Bearbeitungszeit: **100 min**

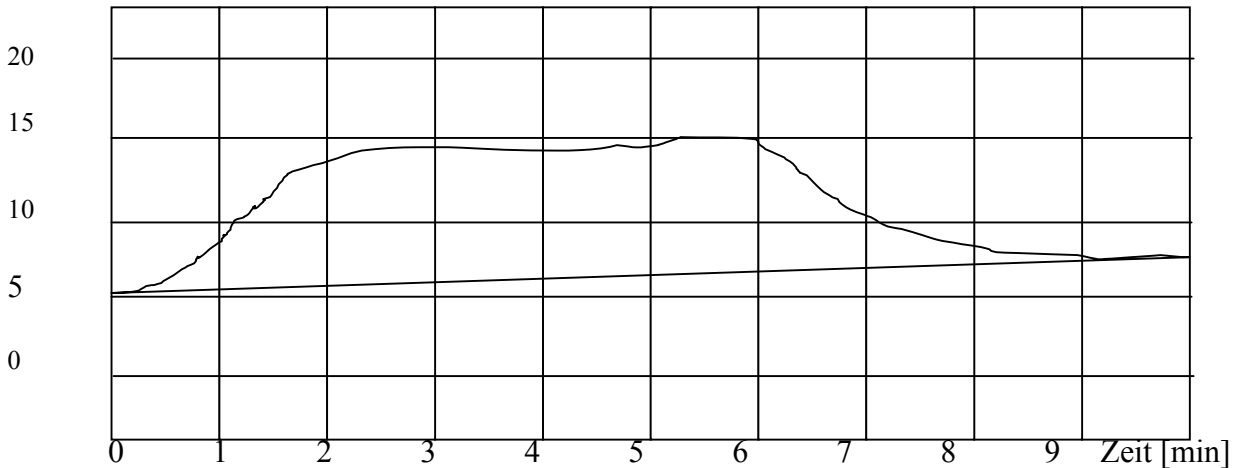
Bitte alle Ergebnisse auf dem Aufgabenblatt in die markierten Felder und Diagramme eintragen und alle Nebenrechnungen und Beiblätter mit abgeben (Voraussetzung für Wertung!) **Punktezahl: 150**

Name:  Vorname:   
 Matr.-Nr.:

**Aufgabe 1:** Kennwerte von Regelstrecken: a) 10 b) 5 c) 5 d) 5 e) 10 f) 15  $\Sigma$  50

Die Zulufttemperatur als Regelgröße einer Lüftungsanlage, bestehend aus einem Lufterhitzer und einem Gebläse in Serienschaltung, zeigt ein dem nachstehendem Diagramm entsprechendes Zeitverhalten nach dem Umschalten der Ventilposition von 20 % auf 50 %. Genau 5 Minuten und 30 Sekunden später wurde die Ventilposition auf 30 % geändert. Dabei wurde bei einer Außentemperatur von 0 Grad C das drehzahlregelbare Gebläse (variabler Volumenstrom) bei mittlerer Drehzahl betrieben.

Zulufttemperatur [Grad C]



Zeichnen Sie a) die beiden Wendepunktskonstruktionen in das Diagramm ein, bestimmen Sie daraus b) Verzugszeiten und c) Ausgleichszeiten und d) den Proportionalbeiwerte (Grad C / %) der Strecke und tragen Sie alle Werte in das Diagramm ein.

e) Wenn sich die Vorlauftemperatur oder der Druck auf der Wasserseite des Wärmetauschers ändern, wie ändert sich dann der Proportionalbeiwert der Strecke? (Begründung auf Beiblatt!)

f) Legen Sie jetzt eine Verzugszeit von 0.5 min, eine Ausgleichszeit von 2 min und einen Proportionalbeiwert von 0.4 Grad C / % zugrunde. Die Außentemperatur beträgt -4 Grad C (Winterbetrieb). Der Lufterhitzer ist in Betrieb, wird bei einer Ventilposition von 60 % betrieben. Die Heizung fällt aus. Bestimmen Sie anhand einiger Punkte die Abkühlkurve und tragen Sie diese in obenstehendes Diagramm ein. Nach welcher Zeit werden für die Zulufttemperatur die 5 Grad C (Frostschutz) unterschritten? Zeichnen Sie die Abkühlkurve in das Diagramm ein!



**Aufgabe 2:** Zweipunktregler: a) 5 b) 5 c) 20 d) 20  $\Sigma$  50

Die Lüftungsanlage aus Aufgabe 1 wird mit einem Elektrolufterhitzer betrieben und soll nach dem Zweipunktprinzip geregelt werden. Das dynamische Verhalten wird beschrieben durch eine Ersatzschaltung aus Totzeit- und PT1-Element. Folgende Werte sind zunächst entsprechend der geplanten Betriebsweise für den Regler in der Mitte des Regelbereichs  $X_{hs}$  gegeben:

Strecke:		Zweipunktregelung:	
Regelbereich:	40 Grad C	$x_0$ :	0 Grad C
Totzeit:	0.5 min	Sollwert w:	20 Grad C
Ausgleichszeit:	6 min		(absolut 20 °C)
		Schaltdifferenz $x_{SD}$ :	3 Grad C

a) Bestimmen Sie die Schwankungsbreite:

b) Bestimmen Sie die Zyklusdauer:

c) Zeichnen Sie den Verlauf der Regelgröße u. der Stellgröße für eine Zyklusdauer auf einem Beiblatt !

d) Die Schwankungsbreite soll soweit wie möglich verkleinert werden. Schlagen Sie zwei Möglichkeiten dafür vor und begründen Sie diese (Beiblatt!). Welche Nachteile ergeben sich durch diese Maßnahmen?

**Aufgabe 3:** Bodediagramm: *a) 10 b) 10 c) 5 d) 5 e) 20*  $\Sigma 50$

Bei einer Lüftungsanlage soll die Zulufttemperatur durch Änderung der wasserseitigen Vorlauftemperatur des Wärmetauschers mit einem P-Regler konstant geregelt werden. Die Streckenkennwerte und die Phasenreserve sind vorgegeben:

Strecke (Kombination Totzeit/ PT1)       $\tau_i$ : 60 s       $\tau$ : 300 s       $K_S$ : 0.4 °C/%

PI-Regler       $\phi_R$ : 60 °

Zeichnen Sie auf dem Beiblatt: a) Amplitudengang und Phasengang für den Frequenzgang der Strecke

b) Amplitudengang und Phasengang für den Kreisfrequenzgang

Bestimmen Sie aus dem Bodediagramm:

c) die kritische Kreisfrequenz

d) die Reglereinstellung:

e) Wenn sich  $K_S$  vergrößert, nähert man sich der Stabilitätsgrenze. Bestimmen Sie, für welchen Wert desselben die Stabilitätsgrenze erreicht wird. Wie würde sich eine Verdopplung der Totzeit auswirken?

**Klausur Steuer- und Regelungstechnik I**

Datum: **4.7.02**

Bearbeitungszeit: **100 min**

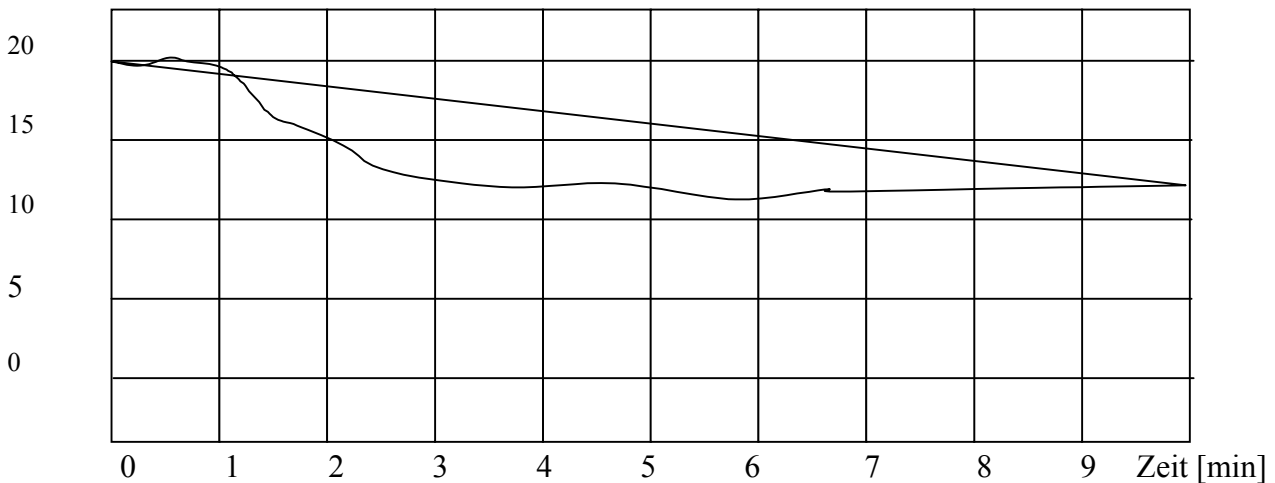
Bitte alle Ergebnisse auf dem Aufgabenblatt in die markierten Felder und Diagramme eintragen und alle Nebenrechnungen und Beiblätter mit abgeben (Voraussetzung für Wertung!) **Punktezahl: 150**

Name:  Vorname:   
 Matr.-Nr.:

**Aufgabe 1:** Kennwerte von Regelstrecken: a) 10 b) 5 c) 5 d) 5 e) 10 f) 15  $\Sigma$  50

Die Zulufttemperatur als Regelgröße einer Lüftungsanlage, bestehend aus einem Lufterhitzer und einem Gebläse in Serienschaltung, zeigt ein dem nachstehendem Diagramm entsprechendes Zeitverhalten nach dem Umschalten von 75 % Leistung (gesamte Leistung 100 % = 20 kW) auf 50 % Leistung. Dabei wurde bei einer Außentemperatur von -5 Grad C das drehzahlregelbare Gebläse (variabler Volumenstrom) bei mittlerer Drehzahl betrieben.

Zulufttemperatur [Grad C]



Zeichnen Sie a) die Wendepunktskonstruktion in das Diagramm ein, bestimmen Sie daraus b) Verzugszeit und c) Ausgleichszeit und d) den Proportionalbeiwert (Grad C / kW) der Strecke und tragen Sie alle Werte in das Diagramm ein.

e) Wenn das Gebläse mit niedrigerer Drehzahl betrieben wird, wie ändert sich dann der Proportionalbeiwert der Strecke? (Begründung auf Beiblatt!)

f) Legen Sie jetzt eine Verzugszeit von 1 min, eine Ausgleichszeit von 2 min und einen Proportionalbeiwert von 1.5 Grad C / kW zugrunde. Die Außentemperatur beträgt 0 Grad C (Winterbetrieb). Der Lufterhitzer ist vorgewärmt, wird mit 75 % Leistung betrieben. Danach wird das Gebläse gestartet. Bestimmen Sie anhand einiger Punkte die Aufheizkurve und tragen Sie diese in obenstehendes Diagramm ein. Nach welcher Zeit werden für die Zulufttemperatur die 20 Grad C erreicht?

**Aufgabe 2:** Zweipunktregler: a) 5 b) 5 c) 20 d) 20  $\Sigma$  50

Die Lüftungsanlage aus Aufgabe 1 wird mit einem Elektrolufterhitzer betrieben und soll nach dem Zweipunktprinzip geregelt werden. Das dynamische Verhalten wird beschrieben durch eine Ersatzschaltung aus Totzeit- und PT1-Element. Folgende Werte sind zunächst entsprechend der geplanten Betriebsweise für den Regler in der Mitte des Regelbereichs  $X_{hs}$  gegeben:

Strecke:		Zweipunktregelung:	
Regelbereich:	30 Grad C	$x_0$ :	5 Grad C
Totzeit:	1 min	Sollwert w:	15 Grad C (absolut 20 °C)
Ausgleichszeit:	8 min	Schaltdifferenz $x_{SD}$ :	2 Grad C

a) Bestimmen Sie die Schwankungsbreite:

b) Bestimmen Sie die Zyklusdauer:

c) Zeichnen Sie den Verlauf der Regelgröße für eine Zyklusdauer auf einem Beiblatt !

d) Die Schaltzyklusdauer soll soweit wie möglich verlängert werden. Schlagen Sie zwei Möglichkeiten dafür vor und begründen Sie diese (Beiblatt!). Welche Nachteile ergeben sich durch die Maßnahmen?

**Aufgabe 3:** Bodediagramm: a) 10 b) 10 c) 5 d) 5 e) 20  $\Sigma$  50

Bei einer Lüftungsanlage soll die Zulufttemperatur durch Änderung der wasserseitigen Vorlauftemperatur des Wärmetauschers mit einem PI-Regler konstant geregelt werden. Die Streckenkennwerte und die Phasenreserve sind vorgegeben:

Strecke (Kombination Totzeit/ PT1)  $\tau_t$ : 60 s  $\tau$ : 300 s  $K_S$ : 0.5 °C/%

PI-Regler  $\tau_N$ : 300 s  $K_R$ : 6 %/°C

Zeichnen Sie auf dem Beiblatt: a) Amplitudengang und Phasengang für den Frequenzgang der Strecke

b) Amplitudengang und Phasengang für den Kreisfrequenzgang

Bestimmen Sie aus dem Bodediagramm:

c) die kritische Kreisfrequenz und die Durchtrittsfrequenz

d) die Phasenreserve:

e) Wenn  $K_R$  vergrößert wird, nähert man sich der Stabilitätsgrenze. Bestimmen Sie, für welchen Wert desselben die Stabilitätsgrenze erreicht wird. Wie würde sich eine Verdopplung der Totzeit auswirken?

**Klausur Steuer- und Regelungstechnik I**

Datum: **17.1.02**

Bearbeitungszeit: **100 min**

Bitte alle Ergebnisse auf dem Aufgabenblatt in die markierten Felder und Diagramme eintragen und alle Nebenrechnungen und Beiblätter mit abgeben (Voraussetzung für Wertung!) **Punktezahl: 150**

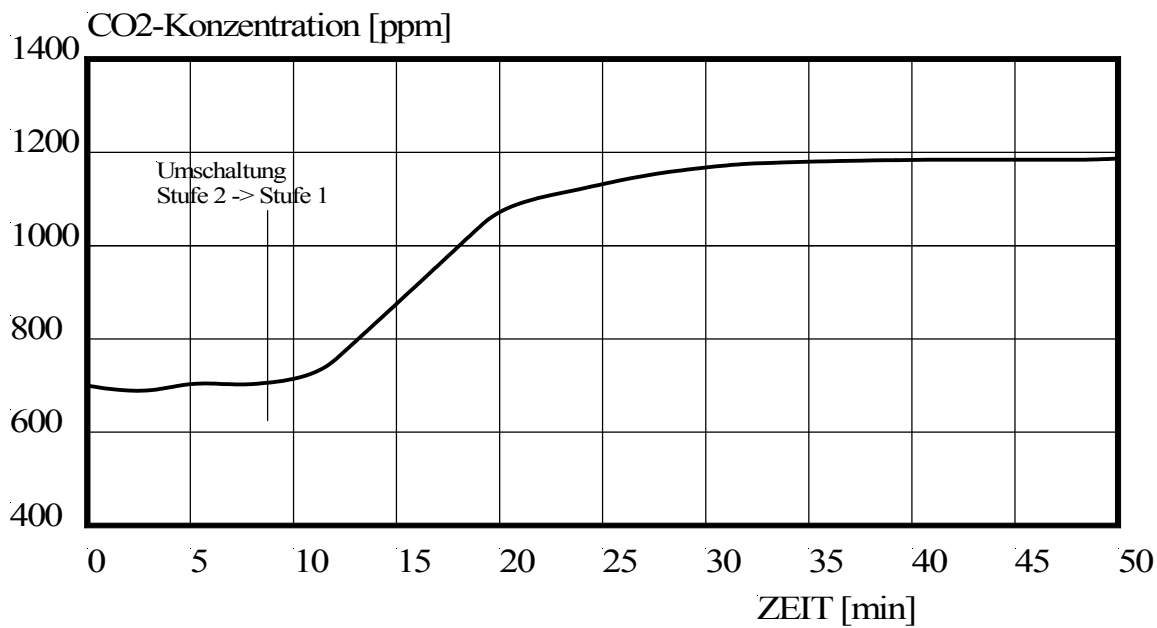
Name:  Vorname:

Matr.-Nr.:

**Aufgabe 1:** Kennwerte von Regelstrecken: a) 10 b) 5 c) 5 d) 5 e) 10 f) 15  $\Sigma$  50

Die CO<sub>2</sub>-Konzentration in einem Raum mit vorgegebener Personenzahl bildet die Regelgröße für eine Raumluftqualitätsregelung. Die Anlage besteht aus thermischen Luftbehandlungselementen und zweistufigen Gebläsen in Serienschaltung. Ein dem nachstehendem Diagramm entsprechendes Zeitverhalten entsteht nach dem Umschalten der zweistufigen Gebläse von Stufe 2 auf Stufe 1 ( Stufe 1: 1500 m<sup>3</sup>/h; Stufe 2: 3000 m<sup>3</sup>/h).

Zeichnen Sie a) die Wendepunktskonstruktion in das Diagramm ein, bestimmen Sie daraus b) Verzugszeit und c) Ausgleichszeit und d) den Proportionalbeiwert der Strecke und tragen Sie alle Werte in das Diagramm ein.



e) Wie ändern sich die Zeitkonstanten und der Proportionalbeiwert, wenn sich das Raumvolumen ändert?

Begründung auf Beiblatt !

f) Legen Sie jetzt eine Verzugszeit von 2 min, eine Ausgleichszeit von 15 min und einen Proportionalbeiwert von 0,3 ppm / (m<sup>3</sup>/h) zugrunde. Die CO<sub>2</sub>-Konzentration beträgt 800 ppm (Gebläse auf Stufe 2). Wenn die Gebläse ausfallen, nach welcher Zeit werden dann 1200 ppm (vorgesehene Obergrenze der Luftqualität) überschritten ?

**Aufgabe 2:** Zweipunktregler: a) 10 b) 10 c) 15 d) 15  $\Sigma$  50

Die Lüftungsanlage aus Aufgabe 1 wird weiter betrachtet und die CO<sub>2</sub>-Konzentration soll nach dem Zweipunktprinzip geregelt werden, indem zwischen Stufe 1 und 2 hin- und hergeschaltet wird. Das dynamische Verhalten wird beschrieben durch eine Ersatzschaltung aus Totzeit- und PT1-Element. Folgende Werte sind zunächst entsprechend der geplanten Betriebsweise in der Mitte des Regelbereichs X<sub>hs</sub> gegeben:

Strecke:		Zweipunktregelung:	
Regelbereich:	600 ppm	$x_0$ :	700 ppm (Stufe 2)
Totzeit:	2 min	Sollwert $w$ :	300 ppm relativ
Ausgleichszeit:	15 min	Schalt Differenz $x_{SD}$ :	100 ppm

a) Bestimmen Sie die Schwankungsbreite und die Zyklusdauer:

b) Wie läßt sich die Schwankungsbreite um 20 % verringern:

c) Zeichnen Sie den Verlauf von Stell- u. Regelgröße für eine Zyklusdauer auf einem Beiblatt !

d) Wenn die Gebläse nur eine Stufe haben, die der Stufe 2 entspricht, wie ändern sich dann Schwankungsbreite und Zyklusdauer. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Regelgröße (Beiblatt)!

**Aufgabe 3:** Bodediagramm: a) 10 b) 15 c) 5 d) 5 e) 15  $\Sigma$  50

Die Lüftungsanlage aus Aufgabe 1 wird durch stetige Drehzahlverstellung der Gebläse einem PI-Regler konstant geregelt. Die Streckenkennwerte und die Phasenreserve sind vorgegeben:

Strecke (Kombination Totzeit/ PT1)  $\tau_t$ : 120 s  $\tau$ : 900 s  $K_S$ : 0,3 ppm/(m<sup>3</sup>/h)

PI-Regler  $\tau_N$ : 900 s  $\varphi_R$ :  $\pi/3$

Zeichnen Sie auf dem Beiblatt:

a) Amplitudengang und Phasengang für den Frequenzgang der Strecke

b) Amplitudengang und Phasengang für den Kreisfrequenzgang

Bestimmen Sie aus dem Bodediagramm:

c) die kritische Kreisfrequenz

d)  $V_0$  und  $K_R$  des Reglers:

e) Wenn sich  $K_S$  vergrößert, nähert man sich der Stabilitätsgrenze. Bestimmen Sie, für welchen Wert von  $K_S$  die Stabilitätsgrenze erreicht wird. Überlegen Sie, wie die Personenbelegung auf  $K_S$  und damit auf die Stabilität wirken würde (Begründung auf Beiblatt).